

Séquence 8 – Calcul littéral

Objectifs

1. Revoir les notions de variable, d'inconnue
2. Tester sur des valeurs numériques une égalité littérale pour appréhender la notion d'équation
3. Utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général
4. Développer des expressions algébriques dans des cas très simples :
 $a(b+c)=ab+ac$
5. Réduire des expressions algébriques
6. Factorisation : $ab+ac = a(b+c)$
7. Comprendre l'intérêt d'une écriture littérale en produisant et employant des formules liées aux grandeurs mesurables (en mathématiques ou dans d'autres disciplines)

①	Questions flash : _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
①	Objectif : Revoir les notions de variable, d'inconnue - Utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général Modalités : Réflexion classe entière, puis institutionalisation, puis exercices d'application Compétences travaillées : Reasonner	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
①	Un temps de réflexion individuel puis échange classe entière. Résoudre les égalités suivantes :  = 7  = 5 +   = 1 +   +  +  = ?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

①

Résoudre les égalités suivantes :

$$\blacksquare \times \blacksquare \times \blacksquare = 27$$

$$\blacktriangle \times \blacktriangle \times \blacktriangle \times \blacksquare = 24$$

$$\blacksquare \times \blacktriangle \times \bullet \times \bullet = 96$$

$$\bullet + \blacksquare \times \blacktriangle = ?$$

①

Échange classe entière :

- Qu'est-ce qu'une expression littérale ?
- Qu'est-ce qu'une variable ?
- Qu'est-ce qu'une inconnue ?
- A quoi ça sert ? Des exemples ?

①

I. Qu'est-ce qu'une expression littérale ?

A. Définition

Une expression littérale est une expression dans laquelle des nombres (souvent inconnus) ont été remplacés par des lettres.

Si une expression contient plusieurs fois la même lettre, alors elle désigne le même nombre à chaque fois.

Exemple 1

Le périmètre d'un carré de côté 3 cm nous donne : $P=4 \times 3=12 \text{ cm}$

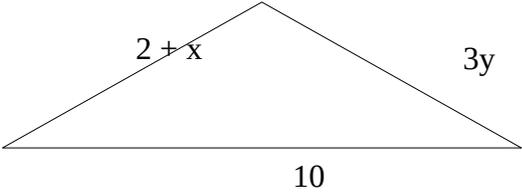
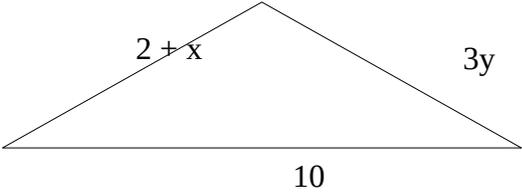
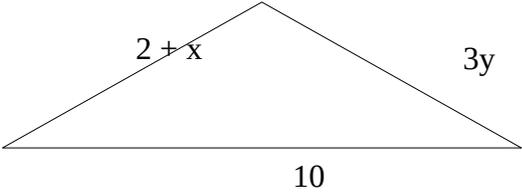
Le périmètre d'un carré de côté x cm nous donne : $P=4 \times x$

Exemple 2

J'achète 4 pains au chocolat à 0,80 €, je paye : $S=4 \times 0,80=3,20 \text{ €}$

J'achète x pains au chocolat à 0,80 €, je paye : $S=x \times 0,80=0,80 \times x$

Une expression littérale permet donc de généraliser une situation mathématique.

<p>1</p>	<p>Exemple 3</p> <p>Exprimer un programme de calcul :</p> <table border="1" data-bbox="475 197 1038 421"> <tbody> <tr> <td>- Choisir un nombre</td> <td>x</td> </tr> <tr> <td>- Ajouter 3</td> <td>$x+3$</td> </tr> <tr> <td>- Multiplier le résultat par 6</td> <td>$6 \times (x+3)$</td> </tr> </tbody> </table>	- Choisir un nombre	x	- Ajouter 3	$x+3$	- Multiplier le résultat par 6	$6 \times (x+3)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
- Choisir un nombre	x								
- Ajouter 3	$x+3$								
- Multiplier le résultat par 6	$6 \times (x+3)$								
<p>1</p>	<p>I Ada Lovelace</p> <p>■ Au premier rang des « informaticiennes », on trouve Augusta Ada King, comtesse de Lovelace (1815-1852) fille du poète maudit Lord Byron et d'Anne Isabella Milbanke, aristocrate férue de mathématiques.</p> <p>■ Après son mariage, elle reprend des études de mathématiques à l'âge de 25 ans, alors qu'elle a déjà trois enfants, sous la direction du logicien Auguste De Morgan. Elle collabore ensuite avec Charles Babbage pour développer son idée de machine à calculer programmable qu'il appelle la machine analytique → PRÉPABAC NSI 1^{re}, FICHE 8 .</p> <p>■ Elle inspire de nombreuses idées à Babbage et imagine déjà les développements futurs de l'informatique. À l'âge de 27 ans, elle traduit un article de Luigi Menabrea sur la machine de Babbage et y ajoute de très longues notes dont la Note A dans laquelle elle déclare que la machine « tisse des motifs algébriques comme le métier de Jacquard tisse des fleurs et des feuilles » et y esquisse des usages beaucoup plus généraux de l'informatique, et des intuitions sur la nature du calcul.</p> 	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
<p>1</p>	<p>Exemple 4 :</p> <p>Généraliser un problème</p> <table border="1" data-bbox="156 1391 1359 1608"> <tbody> <tr> <td data-bbox="156 1391 758 1608">  </td> <td data-bbox="758 1391 1359 1608"> <p>Le périmètre du triangle est :</p> $2+x+3 \times y+10=x+3 \times y+12$ </td> </tr> </tbody> </table>		<p>Le périmètre du triangle est :</p> $2+x+3 \times y+10=x+3 \times y+12$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				
	<p>Le périmètre du triangle est :</p> $2+x+3 \times y+10=x+3 \times y+12$								
<p>1</p>	<p>B. Simplification d'écriture.</p> <p>On peut supprimer le signe « \times » entre :</p> <ul style="list-style-type: none"> • deux lettres : $a \times b = ab$ • un nombre et une lettre : $2 \times b = 2b$ • un nombre ou une lettre et une parenthèse : $2 \times (x-3) = 2(x-3)$ • deux parenthèses : $(x+5) \times (x-3) = (x+5)(x-3)$ 	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						
<p>1</p>	<p>P. 100 ex 8</p>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>						

①	P. 100 ex 2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
①	P. 100 ex 7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
①	P. 106 ex 52	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
①	P. 106 ex 53	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
②	Questions flash : _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
②	<p>Objectif : Tester sur des valeurs numériques une égalité littérale pour appréhender la notion d'équation</p> <p>Modalités : Réflexion classe entière, puis institutionalisation, puis exercices d'application</p> <p>Compétences travaillées : Calculer</p>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														
②	<p>Réflexion classe entière - Vrai ou faux ? (un contre exemple suffit pour prouver que c'est faux)</p> <table border="1" data-bbox="161 1173 1358 1787"> <thead> <tr> <th data-bbox="161 1173 759 1256">1^{ERE} SÈRIE</th> <th data-bbox="759 1173 1358 1256">2^E SÈRIE</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="161 1256 759 1350">a) $x \times 0 = 0$</td> <td data-bbox="759 1256 1358 1350">a) $a \times 2 \times b = a2b$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="161 1350 759 1413">b) $x \times x = 2x$</td> <td data-bbox="759 1350 1358 1413">b) $3 \times t = 3t$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="161 1413 759 1480">c) $2 + 2x = 4x$</td> <td data-bbox="759 1413 1358 1480">c) $5 + x = 5x$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="161 1480 759 1588">d) $x + x = x^2$</td> <td data-bbox="759 1480 1358 1588">d) $\frac{3}{4} \times x = \frac{3x}{4}$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="161 1588 759 1697">e) $x \times 1 = x$</td> <td data-bbox="759 1588 1358 1697">e) $(5x)^2 = 5x^2$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="161 1697 759 1787"></td> <td data-bbox="759 1697 1358 1787">f) $-2x + 4x = -6x$</td> </tr> </tbody> </table>	1 ^{ERE} SÈRIE	2 ^E SÈRIE	a) $x \times 0 = 0$	a) $a \times 2 \times b = a2b$	b) $x \times x = 2x$	b) $3 \times t = 3t$	c) $2 + 2x = 4x$	c) $5 + x = 5x$	d) $x + x = x^2$	d) $\frac{3}{4} \times x = \frac{3x}{4}$	e) $x \times 1 = x$	e) $(5x)^2 = 5x^2$		f) $-2x + 4x = -6x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1 ^{ERE} SÈRIE	2 ^E SÈRIE																
a) $x \times 0 = 0$	a) $a \times 2 \times b = a2b$																
b) $x \times x = 2x$	b) $3 \times t = 3t$																
c) $2 + 2x = 4x$	c) $5 + x = 5x$																
d) $x + x = x^2$	d) $\frac{3}{4} \times x = \frac{3x}{4}$																
e) $x \times 1 = x$	e) $(5x)^2 = 5x^2$																
	f) $-2x + 4x = -6x$																
②	<p>C. Calculer une valeur numérique.</p> <p>Quand on donne une valeur numérique à ces lettres, on peut calculer la valeur de l'expression littérale.</p> <p>Exemple :</p> <p>Calculer l'expression $3a+ab$ pour $a=-2$ et $b=5$.</p>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>														

	$3 \times (-2) + (-2) \times 5$ « On remplace a et b par leurs valeurs respectives » $= -6 - 10$ « On effectue les calculs en respectant les opérateurs » $= -16$		
②	P. 100 ex 3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
②	P. 100 ex 4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
②	P. 100 ex 5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
②	P. 103 ex 27	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
②	P. 104 ex 33	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
②	P. 104 ex 38	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
②	P. 105 ex 42	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
②	P. 105 ex 43	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
②	P. 108 ex 74	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
③	Questions flash : _____	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
③	Objectif : Développer des expressions algébriques dans des cas très simples Modalités : Réflexion classe entière, puis institutionalisation, puis exercices d'application Compétences travaillées : Calculer	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
③	Questions classe entière – Notion de développement : <ul style="list-style-type: none"> • Comment calculer mentalement 11×7 • Comment calculer mentalement 11×15 • Généralisons • Comment calculer mentalement 9×12 • Comment calculer mentalement 9×23 • Généralisons 	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- ③ Questions classe entière – Notion de somme/produit :
Répartir si possible les expressions suivantes dans le tableau (x est un nombre quelconque) :

$$A = x^2 + 4 \quad B = (2x + 3)^2 \quad C = 4x^2 \quad D = 1 + x^2 \quad E = (5x)^2 + 3^2$$

CARRÉ D'UNE SOMME	CARRÉ D'UN PRODUIT	SOMME DE CARRÉS	PRODUIT DE DEUX CARRÉS

③ **II. Développer des expressions algébriques.**

Définition

Développer un produit, c'est le transformer en une somme ou une différence.

Propriété de la simple distributivité.

k, a et b désignent des nombres :

$$k(a+b) = ka + kb$$

$$k(a-b) = ka - kb$$

Exemples

$$A = 5(-2x + 4)$$

$$A = 5 \times (-2x) + 5 \times 4$$

$$A = -10x + 20$$

$$B = -x(5x - 6)$$

$$B = -x \times 5x - x \times (-6)$$

$$B = -5x^2 + 6x$$

- ③ P. 102 ex 15

- ③ P. 102 ex 16

- ③ P. 102 ex 17

- ③ P. 103 ex 27

- ③ P. 103 ex 28

- ③ P. 103 ex 29

- ③ P. 108 ex 71

③	P. 107 ex 61	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
③	P. 107 ex 63	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
④	Questions flash : _____		
④	Objectif : Réduire des expressions algébriques Modalités : Cours, puis exercices d'application Compétences travaillées : Calculer	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
④	III. Réduire une expression littérale. A. Réduire un somme. Définition Réduire une somme, c'est tout simplement calculer les termes de même nature. Exemples $11x + 6x = (11 + 6)x = 17x$ $7x^2 - 3x^2 = (7 - 3)x^2 = 4x^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
④	B. Réduire un produit. Propriété Pour simplifier un produit, on peut changer l'ordre des facteurs. Exemples $4x \times 2x = 4 \times x \times 2 \times x$ $= 4 \times 2 \times x \times x$ $= 8x^2$ $-5(-4x) = -5 \times (-4x)$ $= -5 \times (-4) \times x$ $= 20x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
④	C. Suppression de parenthèses. Règles Lorsque l'on supprime des parenthèses :	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- précédées d'un signe +, on conserve les signes :
 $a+(b-c+d)=a+b-c+d$
- précédées d'un signe -, on change les signes :
 $a-(b-c+d)=a-b+c-d$

Exemples

$$4x+(11x+5)=4x+11x+5$$

$$8x+(9-7x)=8x+9-7x$$

$$6+2x-(5x-7+3x^2)=6+2x-5x+7-3x^2$$

4 D. Réduire une expression littérale.

Dans une expression littérale, on ne peut calculer et simplifier que des membres d'une même famille de nombres.

« $5x^2+3x+(4x-2)-(x^2+1)$ » est une expression littérale.

« x » représente un nombre quelconque. C'est une variable.

On peut la réduire, c'est à dire l'écrire sans parenthèses et avec le moins de termes possibles.

Exemple

$$A=5x^2+3x+4(4x-2)-(x^2+1)$$

1- On supprime les parenthèses :

$$A=5x^2+3x+16x-8-x^2-1$$

2- On regroupe les termes « en x^2 », les termes « en x » et les « constantes » :

$$A=5x^2-x^2+3x+16x-8-1$$

3- On factorise les termes « en x^2 », les termes « en x » et les « constantes » :

$$A=(5-1)x^2+(3+16)x-8-1$$

4- On réduit :

$$A=4x^2+19x-9$$

4 P. 102 ex 20

4 P. 102 ex 21

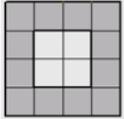
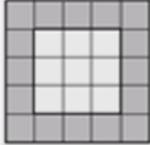
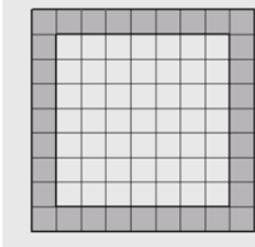
4 P. 102 ex 23 (pour les costauds)

4 P. 102 ex 24

5 Objectif : Factorisation : $ab+ac = a(b+c)$

Modalités : Activité par groupe, puis institutionalisation, puis

	exercices d'application Compétences travaillées : Calculer		
5	Par groupe de 2 élèves : Activité de découverte de la factorisation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	<p>IV. Factorisation : $ab+ac = a(b+c)$</p> <p>La factorisation transforme une somme/différence en un produit (c'est l'inverse du développement). Pour factoriser une expression, il faut trouver un facteur commun.</p> <div style="text-align: center;">  <p>SOMME, DIFFERENCE PRODUIT</p> <p>$ka+kb$ = $k(a+b)$</p> <p>$ka-kb$ = $k(a-b)$</p> <p>k est le facteur commun.</p> </div> <p>Exemples :</p> <ul style="list-style-type: none"> Factorisation de $2x+3x^2$ $2x+3x^2=2\times x+3x\times x$ $=x(2+3x)$ Factorisation de $4a-4$ $4a-4=4\times a-4\times 1$ $=4(a-1)$ Factorisation de $25x^2+10x-30x^3$ $25x^2+10x-30x^3=5x\times 5x+5x\times 2-5x\times 6x^2$ $=5x(5x+2-6x^2)$ 	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	Banque exercices n° 1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	Banque exercices n° 2 (pour les rapides)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	Banque exercices n° 3 (pour les rapides)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	Questions flash : _____		
6	Objectif : Comprendre l'intérêt d'une écriture littérale en produisant et employant des formules liées aux grandeurs mesurables (en	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	mathématiques ou dans d'autres disciplines) Modalités : Activité notée puis exercices d'application Compétences travaillées : Modéliser		
6	<p>Par groupe de 3 élèves, sur une copie, répondre aux questions suivantes :</p> <p>Pierre joue avec des carreaux de mosaïque. Il dispose ses carreaux gris autour de différents carrés formés de carreaux blancs. En voici quatre.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>Carré Taille 1</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Carré Taille 2</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Carré Taille 3</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Carré Taille 7</p> </div> </div> <ol style="list-style-type: none"> 1. Combien y a-t-il de carreaux gris entourant le carré blanc de taille 1 ? Celui de taille 2 ? Celui de taille 3 ? 2. Produire un calcul qui donne le nombre de carreaux gris entourant un carré blanc de taille 7, puis de taille 56. 3. Expliquer par une phrase ou par un programme de calcul comment on peut calculer le nombre de carreaux entourant un carré de n'importe quelle taille. 4. Si on double le côté du carré blanc, double-t-on le nombre de carrés gris de la bordure ? Toujours ? Jamais ? Dans certains cas ? Si oui, lesquels ? 5. Peut-on obtenir des bordures de 100, 150, 200, 250 carreaux ? 6. Etant donné un nombre de carreaux gris, peut-on savoir s'il correspond au nombre exact de carreaux d'une bordure ? 	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	P. 101 ex 14	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	P. 105 ex 45	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	P. 106 ex 57	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	P. 110 ex 83	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

1 2 3 4 5 6 7 8 9