Séq 7 – Parallélogrammes

Objectifs

1. Rappel sur la caractérisation angulaire du parallélisme (angles alternes-internes et angles correspondants)
2. Rappel de la définition d'un parallélogramme : Parallélisme des couples de côtés opposés
3. Dessiner un parallélogramme
4. Rappel des propriétés d'un parallélogramme : Intersection des diagonales.
5. Rappel des propriétés d'un parallélogramme : Même longueur des couples de côtés opposés
6. Connaître les propriétés relatives aux angles des parallélogrammes
7. Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme
8. Étude des parallélogrammes particuliers : losanges, rectangles, carrés

Ce cours est au format numérique sous :
http://ninoo.fr/LC/4e_Math/seq7_parall%c3%a9logrammes/7_parallelogrammes_particuliers_cours_eleves.pdf

Cédric Villani (5/10/1973-)

Il est issu d'une famille d'universitaires et d'artistes. Sa famille paternelle est pied-noir et l'un de ses ancêtres a été maire d'Ajaccio.
Il est présenté en 2011 comme « surdoué dès son plus jeune âge », comme « pendant longtemps un garçon timide et réservé avant de devenir ce personnage curieux et philanthrope » et comme une personne « qui n'a jamais eu rien d'autre que des 20/20 en maths ». Il obtient son bac avec 18 de moyenne générale.
Il intègre une classe préparatoire au lycée Louis-le-Grand de Paris et se classe 4e au concours d'entrée à l'École normale supérieure.
Régulièrement interrogé sur la possibilité d'avoir une forme d'autisme, Cédric Villani affirme ne pas savoir et ne pas ressentir le besoin de se faire diagnostiquer.
En 1994, il est reçu à l'agrégation de mathématiques. Il soutient sa thèse, « Contribution à l'étude mathématique des équations de Boltzmann et de Landau en théorie cinétique des gaz et des plasmas ».
Ses travaux mathématiques portent en particulier sur l'étude des équations aux dérivées partielles.
En 2004, il est professeur au Miller Institute (Berkeley, en Californie), en 2009 à l'Institute for Advanced Study (Princeton, New Jersey). En 2010, il reçoit la médaille Fields.
Lors des élections législatives de 2017, il devient député de La République en marche (LREM). Il est ensuite battu en 2022.

I. Rappel : Vocabulaire relatif aux angles

Vidéos :

- les angles : https://www.youtube.com/watch?v=3hn4VCXzYLw
- angles alternes-internes : https://www.youtube.com/watch?v=v7XmtQhOP9I
- angles correspondants : https://www.youtube.com/watch?v=ErUq2wdA_PE

A. Des angles sont adjacents si:

- ils ont ....
- ils ont ....
- ils sont ....

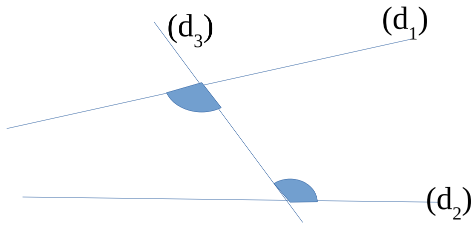
B. Des angles sont opposés par le sommet si :

- ils ont ....
- ils on ....

C. Angles alternes-internes :

Deux angles formés par deux droites (d_1) et (d_2) coupés par une sécante (d_3) sont alternes-internes lorsqu'ils sont situés :

- ....
- ....

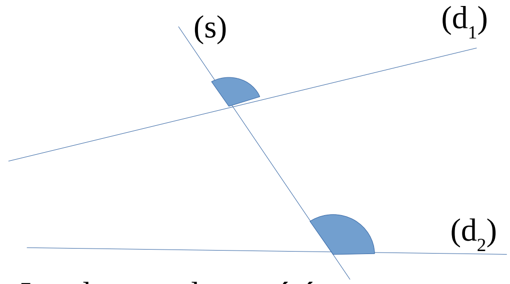


Les deux angles repérés sont alternes internes

D. Angles correspondants :

Deux angles formés par deux droites (d_1) et (d_2) coupés par une sécante (s) sont correspondants lorsqu'ils sont situés :

- ....
- ....
  ....
- ....
  ....



Les deux angles repérés sont correspondants

E. Angles supplémentaires :

Des angles sont supplémentaires, si ....

....

F. Angles complémentaires :

Des angles sont complémentaires si ....

....

II. Rappel : Propriétés concernant les angles

- Deux angles opposés par le sommet ....
- Si deux angles alternes-internes sont ....
  ....

Réciproquement :

- Si deux angles alternes-internes ont même mesure, alors les droites..................
  ....

- Si deux angles correspondants sont formés par deux droites parallèles alors....................

  ....

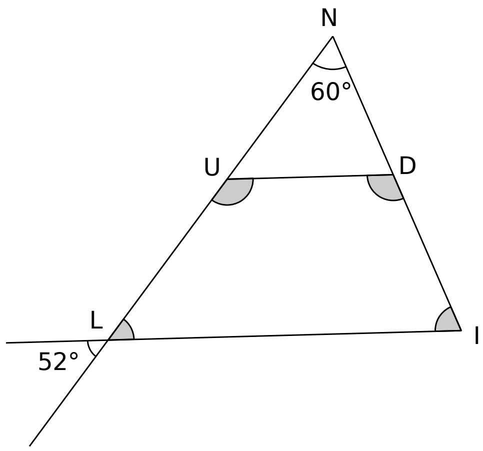
Réciproquement :

- Si deux angles correspondants ont même mesure, alors..

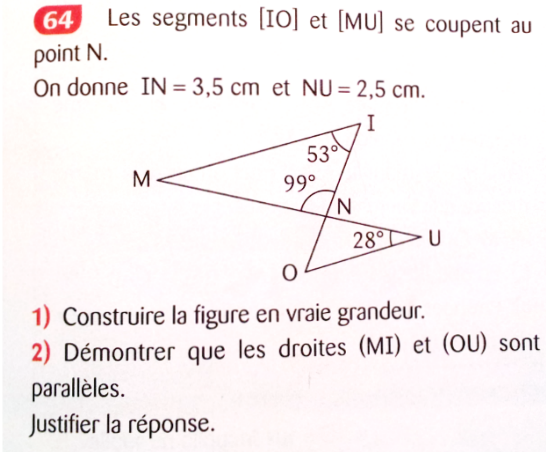
  ....

A. ***Exemple 1***

Sachant que les droites (DU) et (IL) sont parallèles, calcule la mesure de chacun des angles du quadrilatère LUDI en justifiant.



B. *Exemple 2*



64 Les segments [IO] et [MU] se coupent au point N.

On donne IN = 3,5 cm et NU = 2,5 cm.

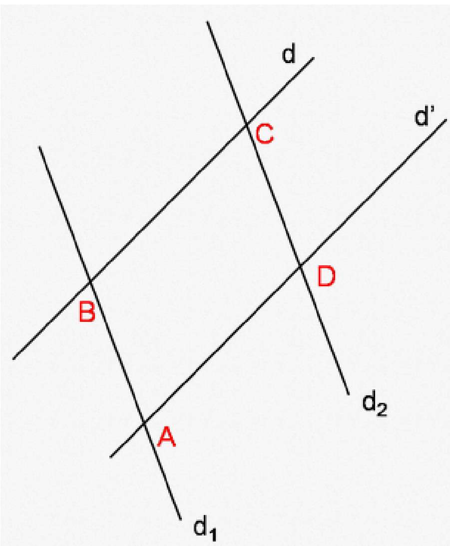
1) Construire la figure en vraie grandeur.

2) Démontrer que les droites (MI) et (OU) sont parallèles.

Justifier la réponse.

III. Les parallélogrammes

A. Définition



(d) et (d') sont deux droites parallèles.

(d1) et (d2) sont aussi deux droites parallèles.

A, B, C et D sont les points d'intersection déterminés par ces quatre droites.

Le quadrilatère ABCD est appelé parallélogramme

Définition :

....

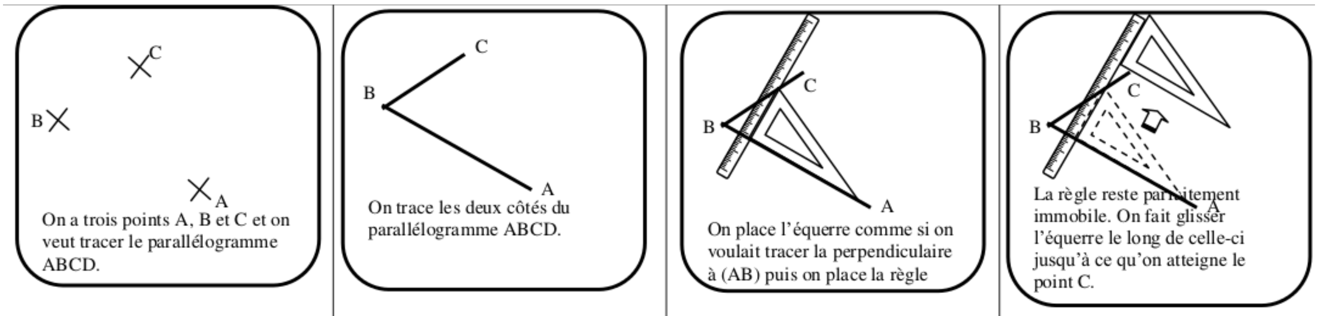
....

B. Construction d'un parallélogramme

i. Cotés parallèles deux à deux

Vidéo : https://www.youtube.com/watch?v=lhBapOhb7m4

Construction d'un parallélogramme à l'aide d'une règle et d'une équerre :

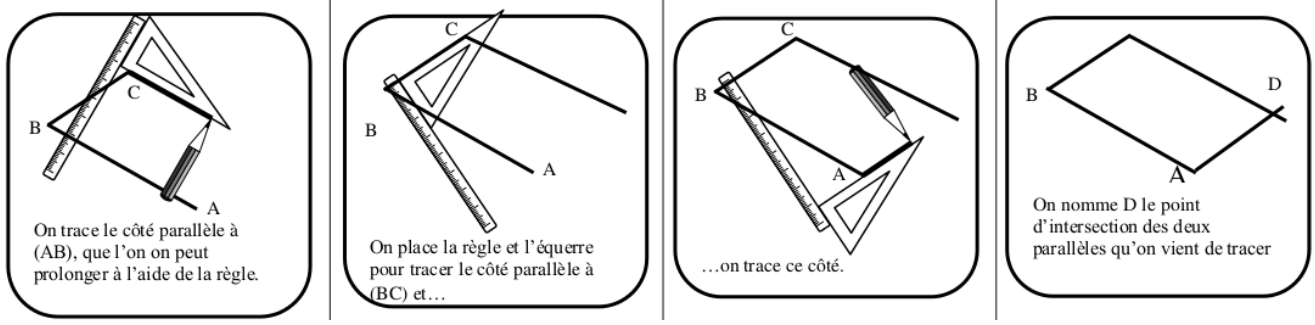


On a trois points A, B et C et on veut tracer le parallélogramme ABCD.

On trace les deux côtés du parallélogramme ABCD.

On place l'équerre comme si on voulait tracer la perpendiculaire à (AB) puis on place la règle

La règle reste parfaitement immobile. On fait glisser l'équerre le long de celle-ci jusqu'à ce qu'on atteigne le point C.



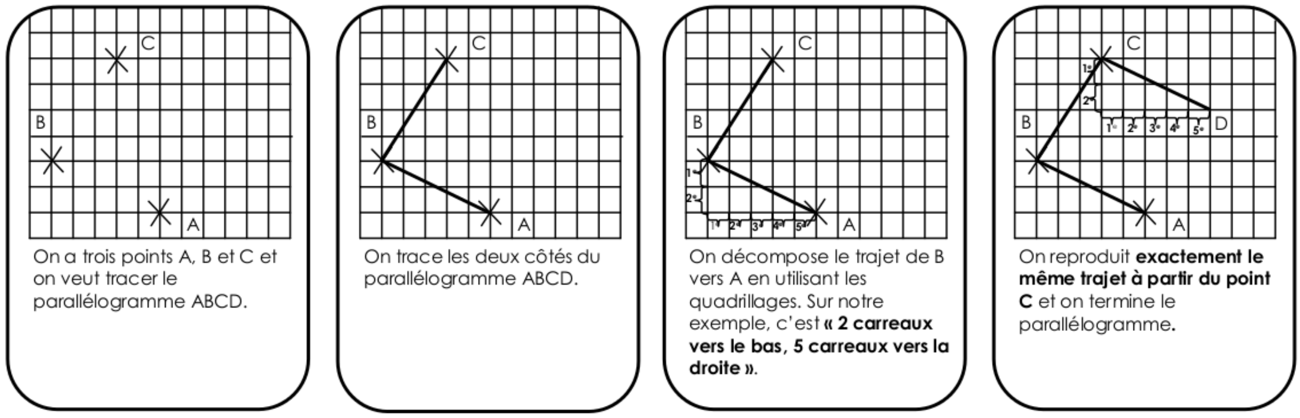
On trace le côté parallèle à (AB), que l'on on peut prolonger à l'aide de la règle.

On place la règle et l'équerre pour tracer le côté parallèle à (BC) et…

…on trace ce côté.

On nomme D le point d'intersection des deux parallèles qu'on vient de tracer

Construction d'un parallélogramme à l'aide du quadrillage :



On a trois points A, B et C et on veut tracer le parallélogramme ABCD.

On trace les deux côtés du parallélogramme ABCD.

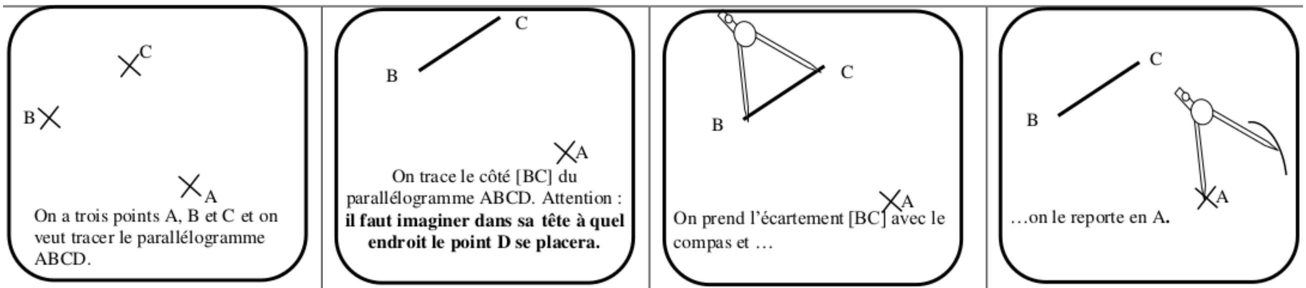
On décompose le trajet de B vers A en utilisant les quadrillages. Sur notre exemple, c'est **« 2 carreaux vers le bas, 5 carreaux vers la droite »**.

On reproduit **exactement le même trajet à partir du point C** et on termine le parallélogramme.

ii. Côtés de même longueur

Vidéo : https://www.youtube.com/watch?v=BMEBEpdIVAw

Construction d'un parallélogramme à l'aide du compas :

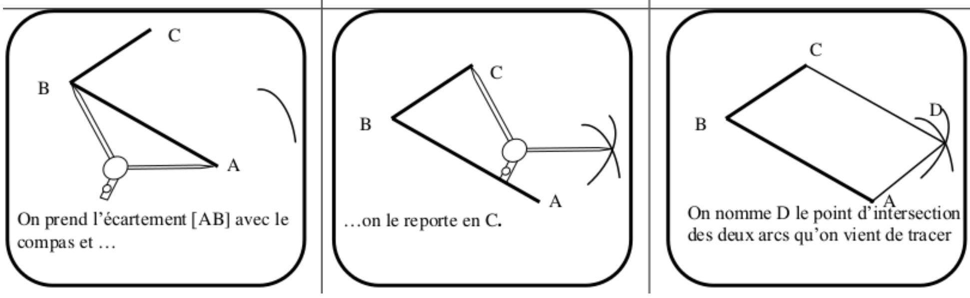


On a trois points A, B et C et on veut tracer le parallélogramme ABCD.

On trace le côté [BC] du parallélogramme ABCD. Attention : **il faut imaginer dans sa tête à quel endroit le point D se placera.**

On prend l'écartement [BC] avec le compas et …

…on le reporte en A.



On prend l'écartement [AB] avec le compas et …

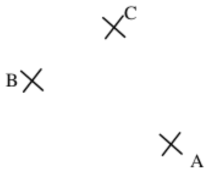
…on le reporte en C.

On nomme D le point d'intersection des deux arcs qu'on vient de tracer

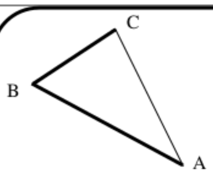
iii. Diagonales qui se coupent en leur milieu

Vidéo : https://www.youtube.com/watch?v=UHreCqzqgpo

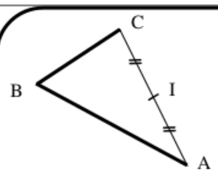
Construire un parallélogramme en utilisant la symétrie centrale :



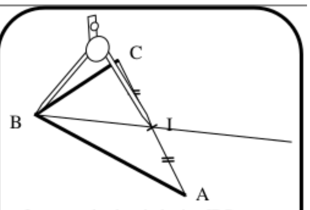
On a trois points A, B et C et on veut tracer le parallélogramme ABCD.



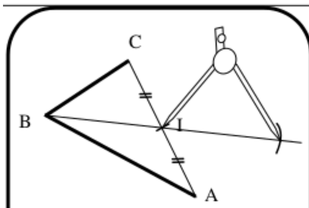
On trace les deux côtés du parallélogramme ABCD.
Attention : il faut bien repérer la diagonale [AC].



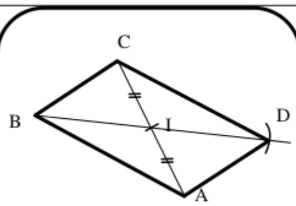
On mesure la diagonale [AC] et on place son milieu I.



On trace la demi-droite [BI) et on prend l'écartement de [BI] …



…qu'on reporte de l'autre côté de I



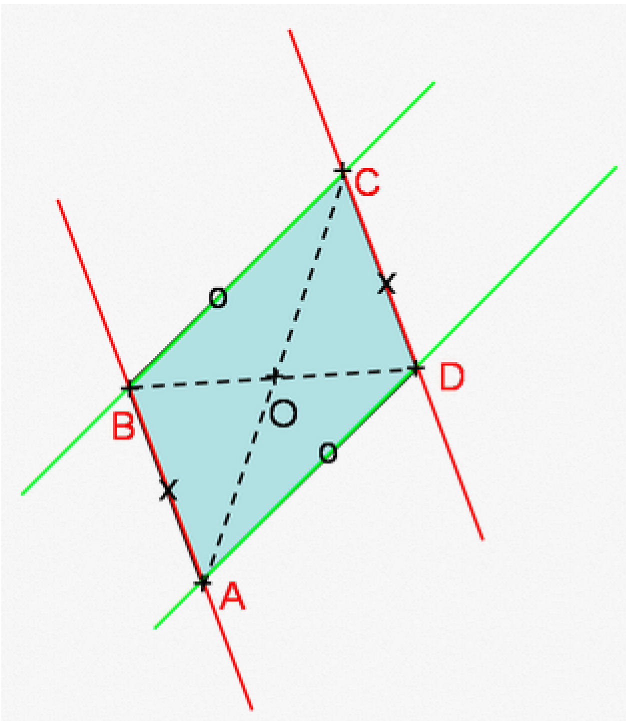
On place le point D et on termine le tracé

C. Propriétés des parallélogrammes

i. Parallélogrammes-Côtés opposés égaux

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors……………………………………………………

………………………………………………………………………………………



Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
Les droites (BC) et (AD) sont parallèles.
C'est un parallélogramme.

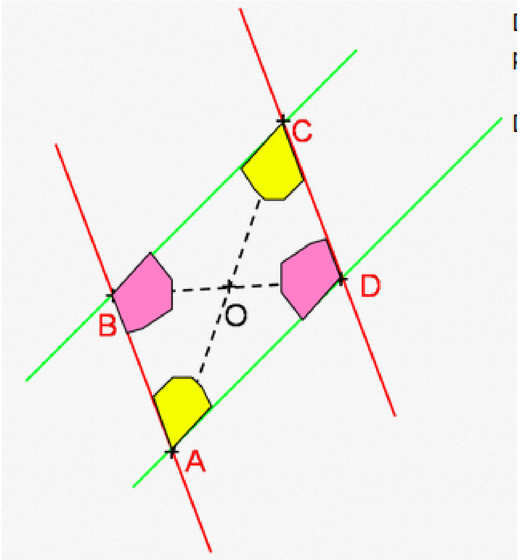
Le point C est le symétrique du point A par rapport au point O
D est le symétrique de B par rapport à O.
La segment [AB] a donc pour symétrique la segment [CD].
La segment [BC] a donc pour symétrique la segment [DA].
On a donc les égalités suivantes :

AB = CD et AD = BC

ii. Parallélogrammes-Angles opposés égaux

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors……………………………………………………………

……………………………………



Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Les droites (BC) et (AD) sont parallèles.

C'est un parallélogramme.

Le point C est le symétrique du point A par rapport au point O

D est le symétrique de B par rapport à O.

L'angle $\widehat{BAD}$ a donc pour symétrique l'angle $\widehat{DCB}$.

L'angle $\widehat{ABC}$ a donc pour symétrique l'angle . $\widehat{CDA}$

On a donc les égalités suivantes :

$\widehat{BAD}=\widehat{DCB}$

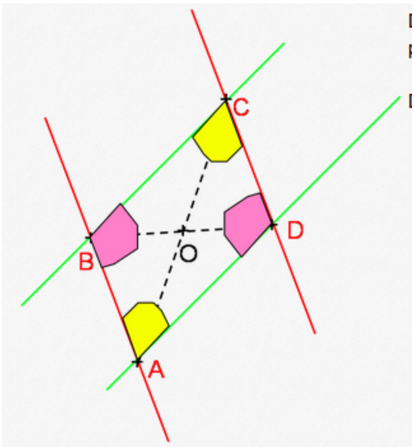
et

$\widehat{ABC}=\widehat{CDA}$

iii. Parallélogrammes-Somme des angles consécutifs égale à 180° ☐

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ....

....

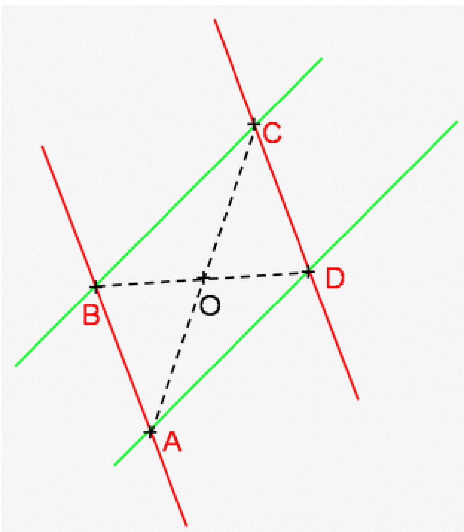


$$\widehat{BAD}+\widehat{ABC}=180°$$

iv. centre de symétrie ☐

Si un quadrilatère est un parallélogramme, alors ....

....



Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Les droites (BC) et (AD) sont parallèles.

Donc c'est un parallélogramme.

Le point C est donc le symétrique du point A par rapport au point O.

D est donc le symétrique de B par rapport à O.

La droite (AB) a donc pour symétrique la droite (CD).

La droite (BC) a donc pour symétrique la droite (DA).

D. Démontrer qu' un quadrilatère est un parallélogramme

- **Diagonales**

  Si…………………………………………………………………………………………………

  ……………alors c'est un parallélogramme.

- **Deux côtés opposés parallèles et égaux**

  Si…………………………………………………………………………………………………

  ……………………………………alors c'est un parallélogramme.

- **Côtés opposés égaux deux à deux**

  Si …………………………………………………………………………………………………

  ……………alors c'est un parallélogramme.

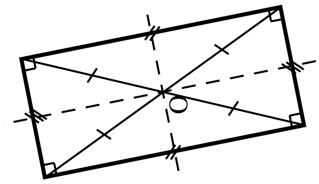
- **Angles opposés égaux deux à deux**

  Si…………………………………………………………………………………………………

  alors c'est un parallélogramme.

IV. Les parallélogrammes particuliers :

A. Rectangle :



Définition : Un rectangle est un quadrilatère

……………………………………………………

Propriétés :

- Si un quadrilatère est un rectangle alors……………………………………………
- Si un quadrilatère est un rectangle alors …………………………………………………

  ……………………………………………………………………

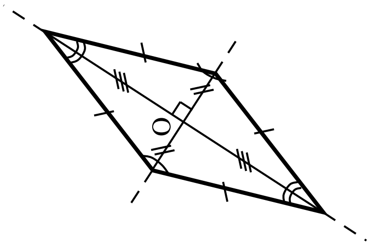
- Si un quadrilatère est un rectangle alors…………………………………………………

  ………………

- Si un quadrilatère est un rectangle alors…………………………………………………

  ……………………………………

B. Losange :



Définition : Un losange est un quadrilatère……………

…………………………………………………………

Propriétés :

- Si un quadrilatère est un losange alors…………………………………………………

  ………………

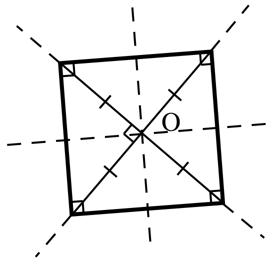
- Si un quadrilatère est un losange alors ....

  ....
- Si un quadrilatère est un losange alors ....

  ....
- Si un quadrilatère est un losange alors ....

  ....

C. Carré :



☐

Définition : Un carré est un quadrilatère qui ....

....

Propriété :

Si un quadrilatère est un carré alors ....

....

V.Démontrer qu'un parallélogramme est particulier

☐

A. RECTANGLE :

Propriétés : (en partant d'un quadrilatère)

- Si ....alors c'est un rectangle.
- Si ....

  .... alors c'est un rectangle.

Propriétés : (en partant d'un parallélogramme)

- Si .... alors c'est un rectangle.
- Si .... alors c'est un rectangle.

B. LOSANGE :

☐

Propriétés : (en partant d'un quadrilatère)

- Si ....alors c'est un losange.
- Si ....

  ....alors c'est un losange.

Propriétés : (en partant d'un parallélogramme)

- Si ....

  .... alors c'est un losange.

- Si ....alors c'est un losange.

C. CARRE :

☐

Propriétés : (en partant d'un quadrilatère)

- Si un quadrilatère a trois angles droits (au moins) et deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un carré.
- Si un quadrilatère a trois angles droits (au moins) et des diagonales perpendiculaires alors c'est un carré.
- Si un quadrilatère a des diagonales de même longueur et qui se coupent en leur milieu et deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un carré.
- Si un quadrilatère a des diagonales de même longueur et qui se coupent en leur milieu et perpendiculaires alors c'est un carré.

Propriétés : (en partant d'un parallélogramme)

- Si un parallélogramme a un angle droit et deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un carré.
- Si un parallélogramme a un angle droit et des diagonales perpendiculaires alors c'est un carré.
- Si un parallélogramme a des diagonales de même longueur et deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un carré.
- Si un parallélogramme a des diagonales de même longueur et perpendiculaires alors c'est un carré.

Propriétés : (en partant d'un rectangle)

- Si un rectangle a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un carré.
- Si un rectangle a des diagonales perpendiculaires alors c'est un carré.

Propriétés : (en partant d'un losange)

- Si un losange a un angle droit alors c'est un carré.
- Si un losange a des diagonales de même longueur alors c'est un carré.

Si un quadrilatère est à la fois un rectangle et un losange alors c'est un carré.