Séquence 6 – Puissances d’un nombre

Objectifs

1. Définition des puissances d’un nombre (exposants entiers, positifs).
2. Effectuer des calculs numériques simples impliquant des puissances
3. Effectuer des calculs numériques simples en utilisant la notation scientifique.
4. Effectuer des calculs numériques en utilisant les puissances de 10 d’exposant entier positif
5. Connaître les bases de calcul en utilisant les exposants négatifs

René Descartes est né en 1596. Il sera élevé par sa grand-mère car sa mère mourut peu de temps après sa naissance.
Son père ne participe guère à son éducation mais lui assure une existence aisée.
A l’age de 8 ans, il entre au collège de la Flèche. En 1614, il part poursuivre ses études à Paris. A 20 ans, il accède à la faculté de Poitiers pour y étudier le Droit.
En 1617, Descartes s’engage dans l’armée. Mais il n'est pas un bon soldat et, de santé fragile, il doit vite se retirer.
De 1629 à 1633, Descartes écrit "Le Monde", un ouvrage qui lui apportera quelques déboires avec l’Eglise. Il y présente une théorie physique de l'Univers et affirme pouvoir démontrer scientifiquement l’existence de Dieu.
En 1637, il publie un livre sur "Les problèmes qu'on peut construire sans y employer que des cercles et des lignes droites". Descartes présente en particulier des constructions à la règle et au compas de la multiplication et de la division.
La même année, il publie Le Discours de la Méthode dans lequel il explique les Règles pour la conduite de l'esprit humain.
Cette méthode repose sur quatre principes :
« Le premier était de ne recevoir jamais aucune chose pour vraie, que je ne la connusse évidemment être telle .
Le second, de diviser chacune des difficultés que j'examinerais, en autant de parcelles qu'il se pourrait, et qu'il serait requis pour les mieux résoudre.
Le troisième, de conduire par ordre mes pensées, en commençant par les objets les plus simples et les plus aisés à connaître, pour monter peu à peu, comme par degrés, jusqu'à la connaissance des plus composés .
Et le dernier, de faire partout des dénombrements si entiers, et des revues si générales, que je fusse assuré de ne rien omettre. »
En 1650, à Stockholm, invité par la Reine Christine, il meurt d'une infection pulmonaire.
C’est lui qui met en place les notations modernes que nous connaissons en algèbre, comme par exemple l’exposant pour les puissances.

❶	Par groupe de 3 élèves : Mini-projet la légende Sissa
❶	Par groupe de 3 élèves : P. 76 activité 1
❶	Échange classe entière, simplifier écriture de plusieurs multiplications => puissance
❶	On s' entraîne à dire « 3 puissance 4 » ou « 3 exposant 4 ». Chaque élève doit parler. Nouveau vocabulaire, important de se l' approprier
❶	**I. Exposant entier positif a^n.** $a^n=a\times a\times \ldots.\times a$ $a^{-n}=\frac{1}{a^n}=\frac{1}{a\times a\times \ldots\times a}$ avec a non nul a^n se lit « a exposant n » ou « a puissance n » **Exemples :** 2^5 signifie $2\times 2\times 2\times 2\times 2=32$ et se lit « 2 exposant 5 » ou « 2 puissance 5 » $(-5)^3$ signifie $(-5)\times(-5)\times(-5)$ et se lit « -5 exposant 3 » ou « -5 puissance 3 » ou « -5 au cube » 8^2 signifie 8×8 et se lit « 8 exposant 2 » ou « 8 puissance 2 » ou « 8 au carré »
❶	**A savoir :** $a^1=a$ $a^0=1$ **Exemples :** $33^1=33$ $456^0=1$
❶	P. 80 ex 2
❶	P. 80 ex 3
❶	P. 80 ex 4
❶	P. 80 ex 5

❶ P. 80 ex 6

❶ P. 81 ex 15 – 1 euros au départ et quitte ou double dès la 1ère question

❶ P. 81 ex 17

❷ Jeu sur les puissance de 10.

❷

II. Les puissances de 10

Définition :

n désigne un nombre entier différent de 0.

10^n désigne le produit de n facteurs égaux à 10.

$$10^n=10\times10\times...\times10=100...0$$

10^n se lit « 10 exposant n »

Par convention :

$$10^0=1$$
$$10^1=10$$

Exemples :

10^0	10^1	10^2	10^3	10^6	10^9
1	10	100	1000	1000000	1000000000

❷ P. 82 ex 19

❷ P. 82 ex 21

❷ P. 82 ex 23 a. et .b. (découverte)

❷ P. 82 ex 27 a. et .b. (découverte)

❸ Règles de calcul

Ne pas confondre puissance et produit !! :

$4^3=4\times4\times4=64$ et $4\times3=12$

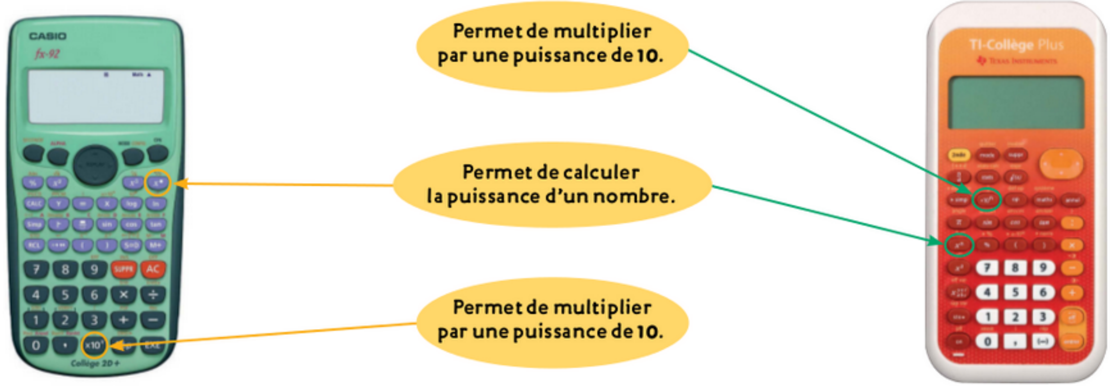
Règles de priorités :

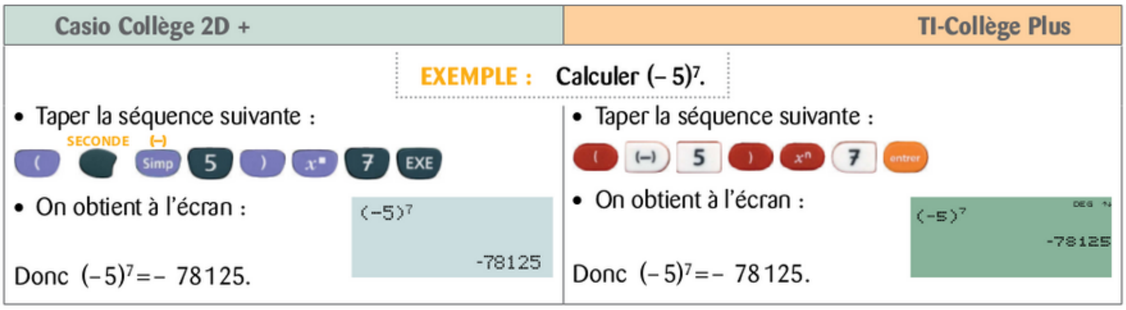
Dans un calcul, on effectue dans l'ordre :

1. les calculs entre parenthèses

	2. les puissances 3. les multiplications et les divisions 4. les additions et soustractions exemples : $A=5-4\times2^3+1$ $A=5-4\times8+1$ $A=5-32+1$ $A=-26$
❸	Attention aux signes !! S'il n'y pas de parenthèse, un exposant ne s'applique qu'à ce qui le précède immédiatement. $-4^2=-4\times4=-16$ L'exposant ne s'applique qu'au nombre 4 $(-4)^2=(-4)\times(-4)=16$ L'exposant s'applique à toute la parenthèse
❸	Signe d'une puissance. • Toute puissance d'un nombre positif est un nombre positif. • Toute puissance d'un nombre négatif est un nombre : ○ positif si l'exposant est pair. ○ négatif si l'exposant est impair. Exemples : $(+2)^5=(+2)\times(+2)\times(+2)\times(+2)\times(+2)=+32$ $(-2)^5=(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)=-32$ $(-2)^4=(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)=+16$
❸	Règles de calculs : Soient m et n deux entiers relatifs : $a^n\times a^m=a^{n+m}$ on additionne les exposants $(a^n)^m=a^{n\times m}$ on multiplie les exposants $a^n\times b^n=(ab)^n$ on distribue l'exposant
❸	Exemples : $8^2\times8^5=8^{(2+5)}=8^7$ $(2^2)^3=2^6$ $2^2\times3^2=6^2$
❸	P. 80 ex 10

<table>
<tr><td>❸</td><td>P. 81 ex 13</td></tr>
<tr><td>❸</td><td>P. 81 ex 14 – Pour les costauds</td></tr>
<tr><td>❸</td><td>P. 82 ex 23</td></tr>
<tr><td>❸</td><td>P. 82 ex 27</td></tr>
<tr><td>❹</td><td>





Casio Collège 2D + | TI-Collège Plus

EXEMPLE : Calculer (– 5)^7.

Casio Collège 2D + :
- Taper la séquence suivante : (SECONDE (–) 5) $x^■$ 7 EXE
- On obtient à l'écran : (-5)^7 -78125

Donc (–5)^7=– 78125.

TI-Collège Plus :
- Taper la séquence suivante : ((–) 5) x^n 7 entrer
- On obtient à l'écran : (-5)^7 -78125

Donc (–5)^7=– 78125.

</td></tr>
<tr><td>❹</td><td>P. 81 ex 11</td></tr>
<tr><td>❹</td><td>P. 81 ex 12</td></tr>
<tr><td>❺</td><td>Par groupe de 3 élèves : P. 76 activité 2</td></tr>
<tr><td>❺</td><td>Synthèse classe entière</td></tr>
<tr><td>❺</td><td>

III. Exposants entiers négatifs

$$a^n = a \times a \times \ldots \times a$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a \times a \times \ldots \times a}$$ avec a non nul

Exemples :

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

</td></tr>
</table>

❺ **Règles de calculs :**

Soient m et n deux entiers relatifs

$\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$ on soustrait les exposants

$\frac{a^n}{b^n}=(\frac{a}{b})^n$ on distribue l'exposant

❺ **Exemples :**

$\frac{(-3)^2}{(-3)^5}=(-3)^{(2-5)}=(-3)^{(-3)}$

$\frac{4^7}{4^{(-2)}}=4^{(7-(-2))}=4^9$

$\frac{56^2}{7^2}=(\frac{56}{7})^2=8^2=64$

❺

10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0
0,0001	0,001	0,01	0,1	1

❺ P. 80 ex 7

❺ P. 80 ex 8

❺ P.82 ex 24

❺ P.82 ex 25

❺ P.83 ex 31 (difficile)

❻ En classe entière faire P. 77 activité 4

❻

IV. Notation scientifique d'un nombre

Un nombre décimal peut s'écrire de différentes façons sous la forme $a \times 10^p$ où a est un nombre décimal et p est un entier relatif.

Définition :

L'écriture scientifique d'un nombre est la seule écriture $a \times 10^p$ telle que :

- a est un nombre avec un seul chiffre non nul avant la virgule
- p est un entier relatif

❻ **Exemple :**

Le nombre 1 234,5 peut s'écrire :

$12\,345 \times 10^{-1}$

$1\ 234{,}5 \times 1$

$123{,}45 \times 10^{1}$

$12{,}345 \times 10^{2}$

$1{,}2345 \times 10^{3}$ <---

$0{,}12345 \times 10^{4}$

NOTATION SCIENTIFIQUE de 1 234,5

a diminue
et
n augmente

a augmente
et
n diminue

Exemple :

Le nombre 2569,8 peut s'écrire : 25 689 x 10^{-1} ou 0,25698 x 10^{4} ou …

Son écriture scientifique est 2,5698 x 10^{3}.

❻ P. 83 ex 32

❻ P. 84 ex 40

❻ P. 84 ex 41

❻ P. 84 ex 42

❻ P. 85 ex 47

❻ P. 85 ex 50

❻ P. 85 ex 51

❼

V. LES PREFIXES DE NANO A GIGA

Les préfixes suivant sont à connaître :

Préfixe	Puissance	Symbole	En décimale
nano	10^{-9}	n	0,000 000 001
micro	10^{-6}	µ	0,000 001
milli	10^{-3}	m	0,001
centi	10^{-2}	c	0,01
déci	10^{-1}	d	0,1
L'unité			
déca	10^{1}	da	10
hecto	10^{2}	h	100

kilo	10^3	k	1 000
méga	10^6	M	1 000000
giga	10^9	G	1 000000 000

Exemples :

$$1GW=10^9W \qquad 5nm=5\times10^{-9}m \qquad 7mg=7\times10^{-3}g$$

❼ P. 88 ex 76

❼ P. 88 ex 88