

Séquence 4 – Additionner et soustraire des fractions

Objectifs

1. Connaître diverses représentations d'un même nombre (écriture décimale/fractionnaire)
2. Déterminer si des fractions sont égales
3. Ordonner les nombres rationnels en écriture fractionnaire
4. Calculer avec des fractions (somme)
5. Calculer avec des fractions (différence)
6. Relier fractions et proportions

I Ada Lovelace

■ Au premier rang des « informaticiennes », on trouve Augusta Ada King, comtesse de Lovelace (1815-1852) fille du poète maudit Lord Byron et d'Anne Isabella Milbanke, aristocrate férue de mathématiques.

■ Après son mariage, elle reprend des études de mathématiques à l'âge de 25 ans, alors qu'elle a déjà trois enfants, sous la direction du logicien Auguste De Morgan. Elle collabore ensuite avec Charles Babbage pour développer son idée de machine à calculer programmable qu'il appelle la machine analytique → PRÉPABAC NSI 1^{re}, FICHE 8.

■ Elle inspire de nombreuses idées à Babbage et imagine déjà les développements futurs de l'informatique. À l'âge de 27 ans, elle traduit un article de Luigi Menabrea sur la machine de Babbage et y ajoute de très longues notes dont la Note A dans laquelle elle déclare que la machine « tisse des motifs algébriques comme le métier de Jacquard tisse des fleurs et des feuilles » et y esquisse des usages beaucoup plus généraux de l'informatique, et des intuitions sur la nature du calcul.



I. Divers rappels

A. Qu'est-ce qu'une fraction ?

$$\frac{a}{b}$$

Exemples : $\frac{2}{3}$, $\frac{15}{2}$, $\frac{42}{21}$

B. Quelle règle pour qu'une fraction reste inchangée ?

$$\frac{2,7}{0,13} = \frac{2,7 \times 100}{0,13 \times 100}$$

$$\frac{24}{15} = \frac{24 \div 3}{15 \div 3}$$

C. Quotient de deux nombres

Exemple :

- $\frac{12}{3} = 12 : 3 = 4$ car $4 \times 3 = 12$

Définition :

Si a et b désignent deux nombres avec b différent de 0, on appelle

On a donc :

.....

- $\frac{4,2}{5} = 4,2 : 5 = 0,84$ car $0,84 \times 5 = 4,2$

II. Ordonner des fractions

A. Comparer à 1 :

Si a = b alors Si a > b alors Si a < b alors

B. Comparer deux fractions avec même dénominateur :

Si deux nombres en écriture fractionnaire ont le même dénominateur, alors

Exemple :

$$\frac{3}{8} < \frac{5}{8}$$

C. Comparer deux fractions avec dénominateurs différents :

On peut comparer deux nombres en écriture fractionnaire de dénominateur et de numérateur différents de deux manières :

-
-

Exemple :

Comparez $\frac{3}{4}$ et $\frac{13}{20}$

$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$ Or $\frac{15}{20} > \frac{13}{20}$ donc $\frac{3}{4} > \frac{13}{20}$	$\frac{3}{4} = 0,75$ et $\frac{13}{20} = 0,65$ Or $0,75 > 0,65$ donc $\frac{3}{4} > \frac{13}{20}$
--	--

III. Additionner ou soustraire

A. Les dénominateurs sont égaux

Pour additionner, ou soustraire, deux nombres en écriture fractionnaire, il faut :

-
-

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \text{et} \quad \frac{d}{f} - \frac{e}{f} = \frac{d-e}{f}$$

Exemple :

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{1+3}{5} = \frac{4}{5}$$

Exemple :

$$\frac{13}{7} - \frac{5}{7} = \frac{13-5}{7} = \frac{8}{7}$$

B. Les dénominateurs sont différents

Pour additionner, ou soustraire, deux nombres en écriture fractionnaire, il faut :

-
-
-

Exemple 1 :

$$\begin{aligned} \frac{5}{3} + \frac{2}{9} &= \frac{5 \times 3}{3 \times 3} + \frac{2}{9} \\ &= \frac{15}{9} + \frac{2}{9} \\ &= \frac{15+2}{9} \\ &= \frac{17}{9} \end{aligned}$$

Exemple 2 :

$$\begin{aligned} \frac{23}{21} - \frac{3}{7} &= \frac{23}{21} - \frac{3 \times 3}{3 \times 7} \\ &= \frac{23}{21} - \frac{9}{21} \\ &= \frac{23-9}{21} \\ &= \frac{14}{21} \end{aligned}$$

Exemple :

$$\begin{aligned}\frac{23}{3} - \frac{3}{7} &= \frac{23 \times 7}{3 \times 7} - \frac{3 \times 3}{7 \times 3} \\ &= \frac{161}{21} - \frac{9}{21} \\ &= \frac{161-9}{21} \\ &= \frac{152}{21}\end{aligned}$$

IV. Calculer une proportion

Pour multiplier une fraction avec un entier,

.....

Cela revient à calculer

Exemple :

$$\frac{3}{5} \times 2 = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5}$$

Exemple :

La classe de 5^e compte 21 élèves.

Les 2/3 de la classe sont des filles

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} \times 21 \\ &= \frac{2 \times 21}{3} \\ &= \frac{42}{3} \\ &= \frac{14 \times 3}{3} = 14\end{aligned}$$

Il y a 14 filles.