

Séquence 4 – Additionner et soustraire des fractions

Objectifs

1. Connaître diverses représentations d'un même nombre (écriture décimale ou fractionnaire)
2. Déterminer si des fractions sont égales
3. Ordonner les nombres rationnels en écriture fractionnaire
4. Calculer avec des fractions (somme)
5. Calculer avec des fractions (différence)
6. Relier fractions et proportions

DANGER : PIZZAS

LE PROBLÈME

C'est ton premier jour de travail pour le magazine *Supermode* ! Ton rêve se réalise ! Tu commences au modeste poste d'assistante éditoriale, mais si tu te montres patiente et zélée, un jour, peut-être, tu assisteras aux plus prestigieux défilés !

Pour le moment, tu es l'assistante de Lisette Delafrange, rédactrice en chef du magazine

SANS ANCHOIS !

Que la pâte soit fine ou épaisse, nous avons l'habitude d'un grand choix de garnitures pour nos pizzas. Les Italiens, eux, optent pour la simplicité : tomates, fromage et poivrons font le plus souvent l'affaire.

et l'une des personnes les plus redoutées dans le milieu. On dit qu'elle dévore tout cru créateurs et photographes, et tu ne sais toujours pas pourquoi la précédente assistante a été remerciée le jour même de son arrivée.

Tout à coup, la porte de la salle de réunion s'ouvre et quelqu'un t'interpelle : « Mme Delafrange veut vous voir *immédiatement* ! »

Dans la salle, un groupe d'individus s'affaire autour d'une table. Il y a là quelques couturiers célèbres, plusieurs top-modèles, deux rockstars... et Lisette Delafrange, qui te fixe droit dans les yeux :

« Bien, ai-je toute votre attention ? Nous avons une séance photo dans une demi-heure et nous souhaiterions manger quelque chose avant. Des pizzas, c'est simple et rapide. Pizzadeluxe, avenue de l'Opéra, ne livre pas. Pourriez-vous aller les chercher ? Au fromage, ça ira très bien. Est-ce que tout le monde a faim ? Je vais appeler chacun d'entre vous, et vous passerez votre commande à mon assistante. »

- Les frères Scala ?
- Une part chacun.
- Le département artistique ?
- Deux pizzas.
- Gino ?
- Une demi-pizza.
- Les rédacteurs ?
- Nous partagerons une pizza.

- Arthur ?
- Trois parts.
- Lucas, notre fidèle chauffeur ?
- Une pizza.

- En ce qui me concerne, je prendrai une part », conclut Mme Delafrange. Elle te tend plusieurs billets et ajoute : « Ils n'acceptent que les espèces. Faites vite, nous sommes pressés ! »

Dans l'ascenseur, tu comptes l'argent : 90 euros exactement, et tu n'as pas un sou en poche ? ! Cela sera-t-il suffisant ? de toute façon, tu n'as pas le temps d'aller retirer de l'argent.

Chez Pizzadeluxe, tu te hisses sur la pointe des pieds pour observer ce qui se passe. Les pizzas sont découpées en 12 parts, et ce client vient de payer 36 euros pour deux pizzas au fromage.

C'est bientôt ton tour. Auras-tu assez d'argent ? Et travailleras-tu encore pour *Supermode* demain ?

L'AVIS D'EUCLIDE

Tu as simplement besoin de savoir combien coûte une pizza, et combien de parts compte chaque pizza !

- La première information est facile à obtenir : tu sais combien coûtent deux pizzas.
- La seconde est également très simple : chez Pizzadeluxe, les pizzas sont découpées en douze parts.
- Tu dois maintenant faire la somme des parts commandées pour connaître le nombre de pizzas qu'elles représentent.
- En ajoutant ce nombre au nombre de pizzas achetées, tu obtiendras

- Qu'est-ce qu'une fraction ? Des exemples ?
- Des exemples de la vie courante ?
- Quels mots de vocabulaire associés aux fractions ?

I Ada Lovelace

■ Au premier rang des « informaticiennes », on trouve Augusta Ada King, comtesse de Lovelace (1815-1852) fille du poète maudit Lord Byron et d'Anne Isabella Milbanke, aristocrate férue de mathématiques.

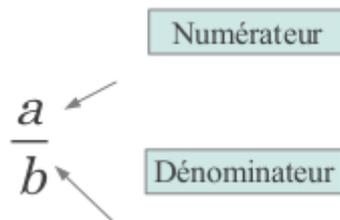
■ Après son mariage, elle reprend des études de mathématiques à l'âge de 25 ans, alors qu'elle a déjà trois enfants, sous la direction du logicien Auguste De Morgan. Elle collabore ensuite avec Charles Babbage pour développer son idée de machine à calculer programmable qu'il appelle la machine analytique → PRÉPABAC NSI 1^{re}, FICHE 8.



■ Elle inspire de nombreuses idées à Babbage et imagine déjà les développements futurs de l'informatique. À l'âge de 27 ans, elle traduit un article de Luigi Menabrea sur la machine de Babbage et y ajoute de très longues notes dont la Note A dans laquelle elle déclare que la machine « tisse des motifs algébriques comme le métier de Jacquard tisse des fleurs et des feuilles » et y esquisse des usages beaucoup plus généraux de l'informatique, et des intuitions sur la nature du calcul.

I. Divers rappels

A. Qu'est-ce qu'une fraction ?



Exemples : $\frac{2}{3}$; $\frac{15}{2}$; $\frac{42}{21}$

B. Quelle règle pour qu'une fraction reste inchangée ?

$$\frac{2,7}{0,13} = \frac{270}{13}$$

×100 (top arrow), ×100 (bottom arrow)

$$\frac{24}{15} = \frac{8}{5}$$

÷3 (top arrow), ÷3 (bottom arrow)

C. Quotient de deux nombres

Exemple :

• $\frac{12}{3} = 12 : 3 = 4$ car $4 \times 3 = 12$

Définition :

Si a et b désignent deux nombres avec b différent de 0 , on appelle quotient de a par b et on note $\frac{a}{b}$, le nombre qui multiplié par b donne a .

On a donc :

$$\frac{a}{b} = c \quad \text{car} \quad c \times b = a$$

- $\frac{4,2}{5} = 4,2 : 5 = 0,84 \quad \text{car} \quad 0,84 \times 5 = 4,2$

Banque d'exercices n° 1

Banque d'exercices n° 2

II. Ordonner des fractions

A. Comparer à 1 :

Si $a = b$ alors $\frac{a}{b} = 1$ Si $a > b$ alors $\frac{a}{b} > 1$ Si $a < b$ alors $\frac{a}{b} < 1$

B. Comparer deux fractions avec même dénominateur :

Si deux nombres en écriture fractionnaire ont le même dénominateur, alors le plus petit est celui qui a le plus petit numérateur.

Exemple :

$$\frac{3}{8} < \frac{5}{8}$$

C. Comparer deux fractions avec dénominateurs différents :

On peut comparer deux nombres en écriture fractionnaire de dénominateur et de numérateur différents de deux manières :

- on les réduit au même dénominateur, et on se ramène alors au premier cas
- on calcule les nombres décimaux équivalents que l'on compare

Exemple :

Comparez $\frac{3}{4}$ et $\frac{13}{20}$

$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$ <p>Or $\frac{15}{20} > \frac{13}{20}$ donc $\frac{3}{4} > \frac{13}{20}$</p>	$\frac{3}{4} = 0,75 \text{ et } \frac{13}{20} = 0,65$ <p>Or $0,75 > 0,65$ donc $\frac{3}{4} > \frac{13}{20}$</p>
--	--

Banque d'exercices n° 3

Banque d'exercices n° 4

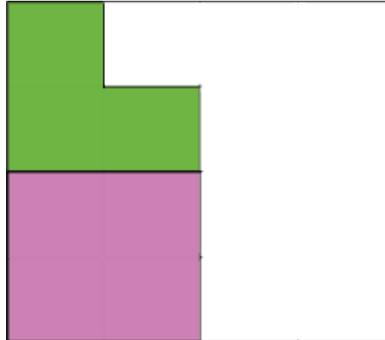
Banque d'exercices n° 5

Banque d'exercices n° 6

Activité 1 Additions et soustractions dans les cas complexes

a. Effectue des tracés judicieux pour obtenir ce que représente l'aire de la région rose par rapport à l'aire totale.

b. Effectue des tracés judicieux pour obtenir ce que représente l'aire de la région verte par rapport à l'aire totale.



c. Complète par des fractions les phrases suivantes :

- L'aire de la région rose représente $\frac{1}{\dots}$ de l'aire totale.
- L'aire de la région verte représente $\frac{3}{\dots}$ de l'aire totale.

d. Si nécessaire, effectue des tracés judicieux pour obtenir ce que représente l'aire de la région coloriée (rose et verte) par rapport à l'aire totale et complète :

- L'aire de la région coloriée représente $\frac{\dots}{\dots}$ de l'aire totale.

e. Écris le calcul à effectuer pour obtenir l'aire que représente la région coloriée (rose et verte) par rapport à l'aire totale.

f. Complète alors l'égalité suivante : $\frac{1}{4} + \frac{3}{16} = \frac{\dots}{\dots}$.

g. Que faudrait-il faire pour retrouver ce résultat par le calcul ?

h. Énonce une règle qui permet d'additionner ou de soustraire des fractions de dénominateurs différents.

i. Applique la règle que tu as trouvée pour effectuer le calcul suivant : $\frac{2}{5} + \frac{1}{30}$.

III. Additionner ou soustraire

A. Les dénominateurs sont égaux

Pour additionner, ou soustraire, deux nombres en écriture fractionnaire, il faut :

- Additionner, ou soustraire, les numérateurs
- Conserver le dénominateur

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \text{et} \quad \frac{d}{f} - \frac{e}{f} = \frac{d-e}{f}$$

Exemple :

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{1+3}{5} = \frac{4}{5}$$

Exemple :

$$\frac{13}{7} - \frac{5}{7} = \frac{13-5}{7} = \frac{8}{7}$$

B. Les dénominateurs sont différents

Pour additionner, ou soustraire, deux nombres en écriture fractionnaire, il faut :

- Écrire les deux fractions sur le même dénominateur
- Additionner , ou soustraire, les numérateurs
- Conserver le dénominateur

Exemple :

$$\begin{aligned}\frac{5}{3} + \frac{2}{9} &= \frac{5 \times 3}{3 \times 3} + \frac{2}{9} \\ &= \frac{15}{9} + \frac{2}{9} \\ &= \frac{15+2}{9} \\ &= \frac{17}{9}\end{aligned}$$

Exemple :

$$\begin{aligned}\frac{23}{21} - \frac{3}{7} &= \frac{23}{21} - \frac{3 \times 3}{3 \times 7} \\ &= \frac{23}{21} - \frac{9}{21} \\ &= \frac{23-9}{21} \\ &= \frac{14}{21}\end{aligned}$$

Exemple :

$$\begin{aligned}\frac{23}{3} - \frac{3}{7} &= \frac{23 \times 7}{3 \times 7} - \frac{3 \times 3}{7 \times 3} \\ &= \frac{161}{21} - \frac{9}{21} \\ &= \frac{161-9}{21} \\ &= \frac{152}{21}\end{aligned}$$

Banque d'exercices n° 7

Banque d'exercices n° 8

Banque d'exercices n° 9

Banque d'exercices n° 10

Banque d'exercices n° 11 (pour les costauds)

Banque d'exercices n° 12 (d. et e. pour les costauds)

Banque d'exercices n° 13

P. 60 ex 8

IV. Calculer une proportion

Pour multiplier une fraction avec un entier, il faut multiplier l'entier avec le numérateur et conserver le dénominateur.

Cela revient à calculer une proportion de l'entier.

Exemple :

$$\frac{3}{5} \times 2 = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5}$$

Exemple :

La classe de 5^e compte 21 élèves.

Les $\frac{2}{3}$ de la classe sont des filles

$$\frac{2}{3} \times 21 = \frac{2 \times 21}{3} = \frac{42}{3} = \frac{14 \times 3}{3} = 14$$

Il y a 14 filles.

P. 61 ex 15

P. 61 ex 17

P. 61 ex 18

P. 61 ex 20

P. 63 ex 30 (pour les costauds)

P. 63 ex 31 (pour les costauds)

P. 63 ex 34 (pour les costauds)