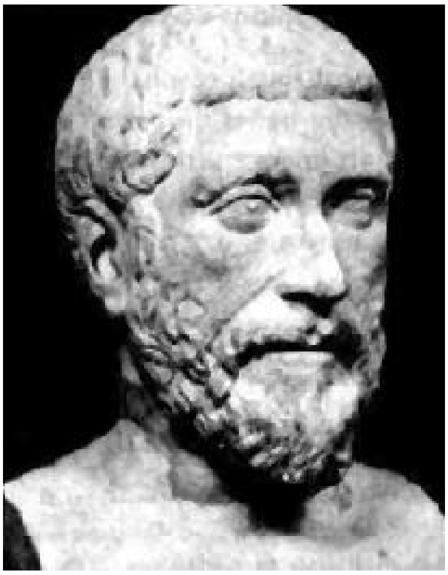
Séquence 3 – Egalité de Pythagore

Objectifs
1. Les carrés parfaits entre 1 et 144 2. Définition de la racine carrée 3. Théorème de Pythagore 4. Réciproque du théorème de Pythagore



PYTHAGORE

de Samos

565 – 495 (?) av J.C.

Pythagore de Samos est souvent présenté comme le premier vrai mathématicien de l'histoire. Bien que représentant un personnage clef de cette discipline, on ne connaît pratiquement rien des travaux qu'il a effectivement réalisés puisqu'il ne subsiste aucune trace de ses écrits. Il est d'autant plus difficile de se faire une opinion que le personnage évoluait à la limite entre le scientifique et le religieux, s'entourant de secret et cultivant le mystère.

I. Carré – Racine carré

A. Les carrés parfaits

Le carré de a s'écrit ...... et correspond à .... (deux facteurs).

Un carré parfait est le carré d'un entier positif.

Voici la liste des premiers :

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a^2													

B. Racine carré d'un nombre

C'est la démarche inverse du carré.

Exemples :

On sait que $2^2=4$. Donc la racine carré de 4 s'écrit $\sqrt{4}$ et est égale à 2 : $\sqrt{4}=2$

On sait que $3^2=9$. Donc la racine carré de 9 s'écrit $\sqrt{9}$ et est égale à 3 : $\sqrt{9}=3$

Définition :

La .... s'écrit et correspond ....

....

$$3 \underset{\sqrt{9}}{\overset{3^2}{\rightleftarrows}} 9$$

Voici la liste des premiers :

b	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144
$\sqrt{b}$													

C. Utilisation de la calculatrice

Je découvre la touche $\sqrt{\square}$ x^2 ou $\sqrt{}$ x^2 de la calculatrice

1 Quelle est la longueur du côté d'un carré d'aire :

a) 49 cm² ? **b)** 16 m² ? **c)** 0,36 cm² ?

2 **a)** Peut-on trouver mentalement la longueur du côté d'un carré d'aire 31,36 cm² ?

b) On utilise la calculatrice pour chercher ce nombre.

Casio Collège 2D +	TI-Collège Plus
• Taper la séquence suivante : SECONDE [x^2] [3] [1] [,] [3] [6] [EXE]	• Taper la séquence suivante : [2nde] [x^2] [3] [1] [,] [3] [6] [entrer]

Quel est le nombre affiché par la calculatrice ?

Calculer le carré de ce nombre. Que remarque-t-on ?

c) Quelle est la longueur du côté d'un carré d'aire 31,36 cm² ?

A l'aide de votre calculatrice, trouvez :

$\sqrt{9}$, $\sqrt{2017}$, $\sqrt{78{,}9}$, $\sqrt{0{,}123}$, $\sqrt{10}$ (nombre décimal?), $\sqrt{-9}$

II. Théorème de Pythagore

A. Triangle rectangle et vocabulaire

Rappel :

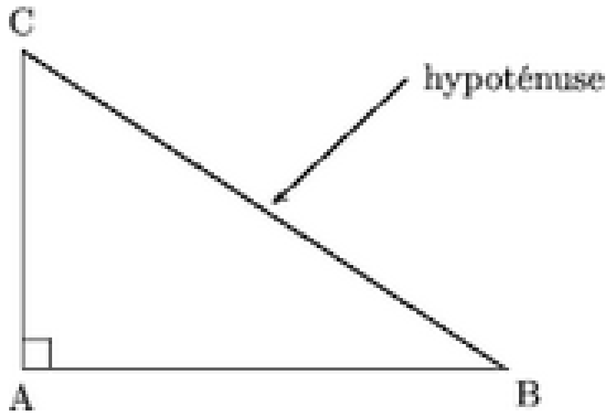
Un triangle rectangle est un triangle ....

....

Vocabulaire :

Dans un triangle rectangle, le ....

.... C'est le côté le plus .... du triangle.



B. Énoncé du théorème de Pythagore

Théorème :

Dans un triangle rectangle, ...

....

C. Réciproque du théorème de Pythagore

Propriété :

Dans un triangle si ....

.... alors ....

....

Dans un triangle ABC, si la relation $AB^2 + AC^2 = BC^2$ est vérifiée alors ce triangle est rectangle en A.

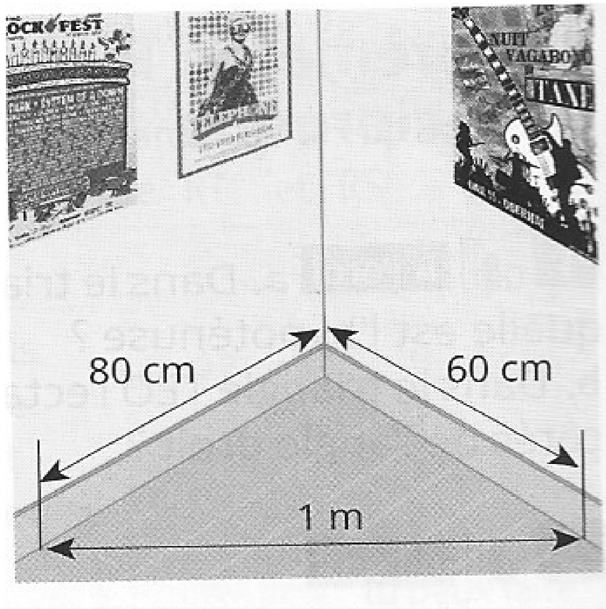
Problème :

Robin est menuisier et veut fabriquer un meuble d'angle pour sa chambre.

Il veut vérifier que les mûrs sont bien perpendiculaires.

Il prend des mesures qu'il reporte sur le dessin ci-contre.

Les mûrs de sa chambre sont-ils perpendiculaires ?



Dans le triangle MUR, le plus grand côté est [RM].

Calculons :

- D'une part :

- D'autre part :

On constate que :

……

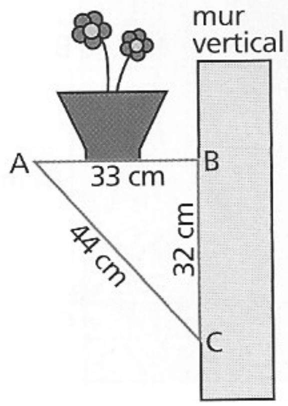
……………………………………………

……

Problème :

Sunny a construit une étagère pour poser un pot de fleur rempli à ras bord d'eau.

L'eau va-t-elle déborder ?



Dans le triangle ABC, le plus grand côté est [AC].

Calculons :

- D'une part :

- D'autre part :

On constate que :

....

....

....

D. Calculer des longueurs avec le Théorème de Pythagore

Exemple :

Soit ABC un triangle rectangle en A. Si AB = 3 cm et AC = 4 cm alors :

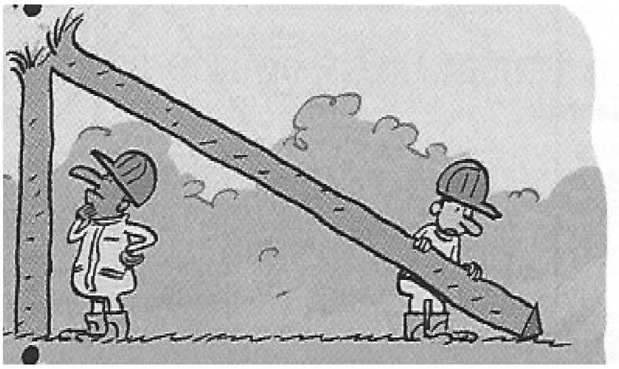
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$
$$BC = \sqrt{25} = 5$$

Problème :

La foudre est tombée sur un poteau téléphonique

Le poteau est cassé à 3 m du sol. Son sommet touche le sol à 4 m du pied.

Quelle était, au mètre près, la hauteur du poteau avant son foudroiement ?



Le triangle POT est ....

D'après ....

(25 est le carré de 5 : $25 = 5^2$)

Donc

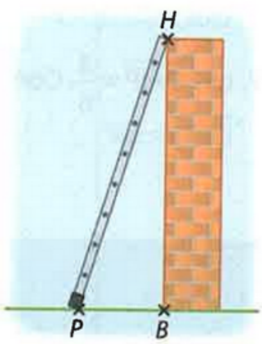
....

....

Problème :

Une échelle de 6 m de hauteur est adossée à un mur perpendiculaire au sol. Le haut de l'échelle est posé exactement au sommet *H* du mur et le pied *P* de l'échelle est à 2 m du mur.

- Calculer la hauteur exacte du mur, puis sa valeur arrondie au cm.



Le mur étant perpendiculaire au sol, le triangle *PBH* est rectangle en *B*. D'après le théorème de Pythagore :

$PH^2 = PB^2 + BH^2$

$6^2 = 2^2 + BH^2$

$BH^2 = 36 - 4 = 32$

$BH = \sqrt{32}$ m $\approx 5{,}66$ m

Ainsi la hauteur exacte du mur est $\sqrt{32}$ m et l'arrondi au cm est 5,66 m.