

# Séquence 2 – Proportionnalité / Grandeurs composées

## Objectifs

1. Reconnaître si des relations exprimées par des formules sont proportionnelles ou non
2. Reconnaître si des relations exprimées par des graphiques sont proportionnelles ou non
3. Reconnaître si des relations exprimées par des tableaux sont proportionnelles ou non
4. Calculer et utiliser un coefficient de proportionnalité
5. Résoudre des problèmes de recherche de quatrième proportionnelle
6. Résoudre des problèmes de pourcentage
7. Mener des calculs impliquant des grandeurs mesurables, notamment des grandeurs composées, en conservant les unités
8. Vérifier la cohérence des résultats du point de vue des unités
9. Calculer et utiliser des grandeurs produits et des grandeurs quotients

Banque d'exercices n° 1

Banque d'exercices n° 2

Banque d'exercices n° 3

Banque d'exercices n° 4

Banque d'exercices n° 5

Banque d'exercices n° 6



### Léonard de Pise dit Fibonacci - Italien (1170 ; 1250)

Mathématicien italien né à Pise, Léonardo Bonacci accompagne son père en Algérie pour être initié à l'arithmétique utile à un futur marchand. A cette époque, l'Italie utilise encore les chiffres romains. Il découvre en Afrique de Nord, la numération de position et le calcul indo-arabe. Ses voyages s'étendent par la suite sur toute la méditerranée, en Syrie, en Grèce, en Egypte... Il rencontre savants et scientifiques qui lui enseignent les savoirs du passé encore inconnus du monde occidental. A son retour en Italie, vers 1200, il se consacre à l'écriture de plusieurs ouvrages véritables passerelles de connaissances scientifiques entre deux civilisations.

Il rassemble des méthodes de calcul des opérations élémentaires, des résultats d'algèbre sur les racines carrées et cubiques, ...

Il invente la suite de Fibonacci : 1 - 1 - 2 - 3 - 5 - 8 - 13 - 21 - ..., dont chaque terme à partir du 3ème est la somme des deux précédents.

Ses ouvrages d'un niveau trop élevé pour l'époque ne furent pas étudiés à l'école.

Après *Fibonacci*, suivit une longue période (le moyen âge) où les recherches mathématiques restèrent au point mort.

## I. Situation proportionnelle ou non

**Exemple** : Le théâtre du soleil propose deux tarifs d'abonnement A et B.

Voici un tableau des dépenses en fonctions des tarifs et du nombre de spectacles auxquels une personne assiste.

Nombre de spectacles	1	2	5	10
Prix en € avec le tarif A	20	40	100	200
Prix en € avec le tarif B	85	90	105	130

1. a) Le prix avec le tarif A est-il proportionnel au nombre de spectacles ?

Justifier.

$$\frac{20}{1} = 20 \quad ; \quad \frac{40}{2} = 20 \quad ; \quad \frac{100}{5} = 20 \quad ; \quad \frac{200}{10} = 20$$

Les quotients sont égaux donc, dans le cas du tarif A, il y a proportionnalité entre le prix en € et le nombre de spectacles.

b) Le prix avec le tarif B est-il proportionnel au nombre de spectacles ?

Justifier.

$$\frac{85}{1} = 85 \quad ; \quad \frac{90}{2} = 45$$

Les quotients ne sont pas égaux donc, dans le cas du tarif B, il n'y a pas proportionnalité entre le prix en € et le nombre de spectacles.

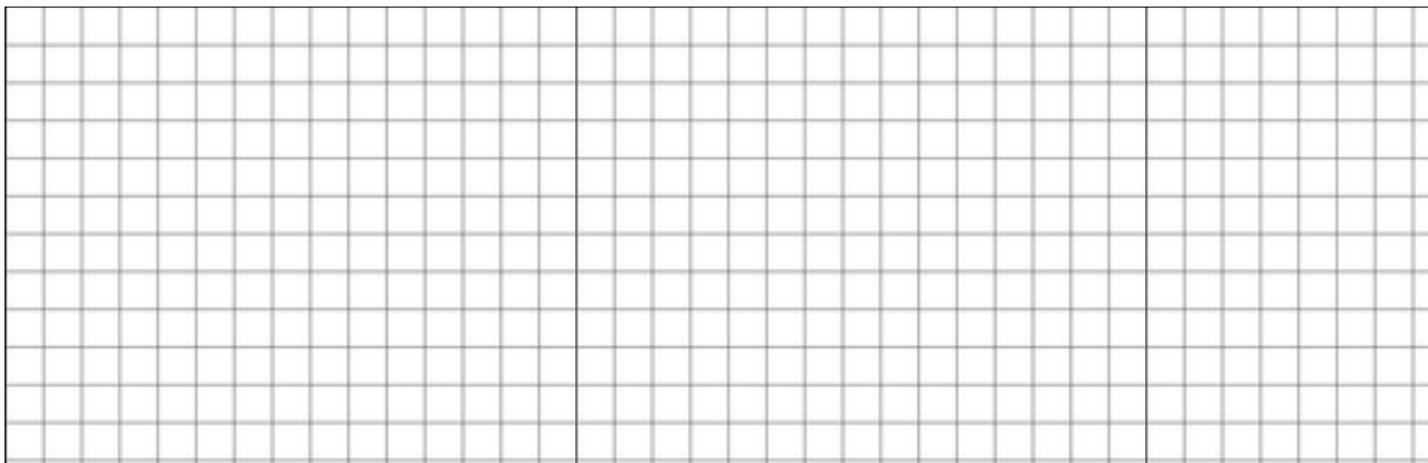
P. 148 ex 73

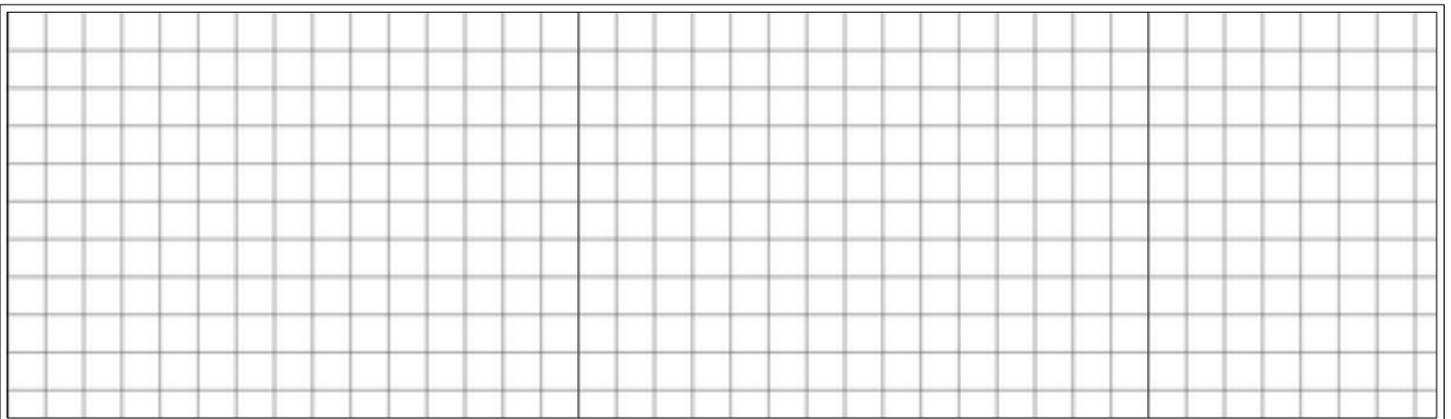
P. 135 activité 2

## II. Représentation graphique

Exemple (suite)

2. Représenter, sur un même graphique, le prix en € en fonction du nombre de spectacles dans le cas du tarif A, dans le cas du tarif B.





La représentation graphique d'une situation de proportionnalité est un ensemble de points alignés avec l'origine du repère.

Une représentation graphique constituée de points alignés avec l'origine du repère représente une situation de proportionnalité.

Banque d'exercices n° 7

Banque d'exercices n° 8 (pour les costauds)

Banque d'exercices n° 10 (pour les costauds)

P. 140 ex. 19

P. 140 ex. 20

P. 140 ex. 21

P. 141 ex. 23

P. 141 ex. 24

P. 141 ex. 25 (pour les costauds)

Activité de révision des calculs d'heures et de durées suivant le principe des ambassadeurs.

### **III. Comment compléter un tableau de proportionnalité**

**Exemple 1 - On utilise les propriétés du tableau de proportionnalité**

2 kg de pêches coûtent 7 €. Quelle quantité de pêches a-t-on pour 28 € ? 35 € ?

	7	28	35
Prix en euros			
Masse de pêches en kg	2	8	10

Diagram showing a multiplier of 4 between 7 and 28, and 2 and 8. A box shows  $35 = 28 + 7$ . Another box shows  $2 + 8 = 10$ .

### Exemple 2 - On utilise le coefficient de proportionnalité

2 h correspondent à 120 min. A combien correspondent 1 h 30 min ? 2 h 30 min?

$$1 \text{ h } 30 \text{ min} = 1,5 \text{ h} \quad \text{et} \quad 2 \text{ h } 30 \text{ min} = 2,5 \text{ h}$$

Durée en heures	2	1,5	2,5
Durée en minutes	120	90	150

Diagram showing a multiplier of 60 between 2 and 120, and 1,5 and 90.

### Exemple 3 - On utilise la quatrième de proportionnelle

Combien coûtent 8 stylos ?

Nombres de stylos achetés	5	8
Prix en euros	6	a

C'est une situation de proportionnalité et on peut appliquer l'égalité des produits en croix :

$$5 \times a = 6 \times 8$$

Puis calculer la quatrième proportionnelle a :

$$a = \frac{6 \times 8}{5} = 9,6$$

Le prix de 8 stylos est de 9,60 €.

### Méthode pour le produit en croix :

a	c
b	d

Si 

a	c
b	d

 est un tableau de proportionnalité ou si  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  alors on a l'égalité des produits en croix :

$$a \times d = b \times d$$

Banque d'exercices n° 9

P. 139 ex 12

P. 139 ex 13

P. 143 ex 35

Activité de révision des calculs de vitesses, ... suivant le principe des ambassadeurs.

P. 135 activité 3

## IV. Manipuler les grandeurs produits et les grandeurs quotients

### A. Grandeur quotient

Une grandeur quotient est obtenu en divisant deux grandeurs simples.

**Exemple 1 – Calculer une vitesse :**

Un cycliste a parcouru 120 km en 3 h 30 min. Quelle a été sa vitesse moyenne ?

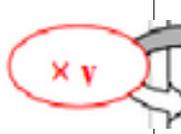
$$\text{Vitesse} = \frac{\text{distance parcourue}}{\text{durée du trajet}} = \frac{d}{t}$$

Elle s'exprime en km/h ou en m/s

$$V = \frac{120}{3,5} \approx 34,39$$

La vitesse de ce cycliste est environ 34,39 km/h

A l'aide d'un tableau de proportionnalité :



Distance parcourue en km	120	?
Durée en heures	3,5	

**Exemple 2 – Calculer une distance :**

Un piéton a marché à la vitesse de 1,5 m/s pendant 40 s. Quelle distance a-t-il parcouru ?

Distance parcourue en m	1,5	d
Durée en secondes	1	40

$$d = 40 \times 1,5 \div 1 = 40 \times 1,5 = 60$$

Le piéton a parcouru 60 m en 40 s.

### Exemple 3 – Calculer une durée :

Un avion parcourt 4100 km à la vitesse de 820 km/h. Combien de temps a-t-il volé ?

Distance parcourue en km	820	4100
Durée en heures	1	t

$$t = 4100 \times 1 \div 820 = 4100 \div 820 = 5$$

Le vol dure 5 h.

## B. Grandeur produit

Une grandeur produit est obtenue en multipliant deux grandeurs simples.

### Exemple :

Un réfrigérateur de 300 W fonctionne en moyenne 8 heures par jour.

$$\text{Energie électrique (wattheures)} = \text{puissance (Watt)} \times \text{durée (heures)}$$

- Calculer l'énergie consommée en une année par ce réfrigérateur.

$$E = P \times t$$

$$E = 300 \times 8 \times 365$$

$$E = 876\ 000$$

L'énergie consommée en une année par ce réfrigérateur est 876 000 Wh soit 876 kWh.

- Sachant que le prix d'un kilowattheure est 0,098 €, calculer le coût annuel de consommation électrique de ce réfrigérateur.

$$876 \times 0,098 = 85,848$$

Le coût annuel de consommation de ce réfrigérateur est 85,848 €.

P. 139 ex 11

P. 142 ex 26

P. 142 ex 27

P. 142 ex 28

P. 143 ex 34

P. 149 ex 72

P. 148 ex 78 (pour les costauds)

Banque d'exercices n° 11

Banque d'exercices n° 12

Banque d'exercices n° 13

P. 135 activité 4

## V. Les pourcentages

### A. Déterminer un pourcentage

Déterminer un pourcentage c'est déterminer une proportion écrite sous forme d'une écriture fractionnaire de dénominateur 100.

**Exemple :**

Sur 550 élèves, 231 sont externes.

Nombre d'externes	231	$x$
Nombre total d'élèves	550	100

Effectuons une 4<sup>e</sup> de proportionnelle :

$$x = \frac{231 \times 100}{550} = 42$$

Il y a donc 42 % d'externes.

### B. Appliquer un pourcentage

Appliquer un taux de  $t$  % revient à multiplier par  $\frac{t}{100}$  .

**Exemple :**

Dans une classe de 30 élèves, 60 % pratiquent un sport.

On calcule :  $30 \times \frac{60}{100} = 30 \times 0,60 = 18$

Il y a donc 18 élèves qui pratiquent un sport.

Banque d'exercices n° 14

Banque d'exercices n° 15

P. 144 ex 41

P. 144 ex 43

P. 144 ex 45

P. 144 ex 49

P. 144 ex 51

P. 152 activité 1

P. 152 activité 3

P. 152 activité 2 pour les plus rapides

**1 2 3 4 5 6 7 8 9**