

# Séquence 10 – Notion de fonction

## Objectifs

1. Comprendre la notion de variable mathématique
2. Comprendre la notion de fonction, d'antécédent et d'image.
3. Comprendre la dépendance d'une grandeur mesurable en fonction d'une autre
4. Résoudre des problèmes modélisés par des fonctions.
5. Modéliser des phénomènes continus par une fonction
6. Manipuler des fonctions (par exemple la longueur d'un cercle ou l'aire d'un disque comme fonction du rayon, la loi d'Ohm exprimant la tension comme fonction de l'intensité, les courbes de croissance dans un carnet de santé, ...)

### Leonhard Euler (1707-1783),

Né en 1707 à Bâle (Suisse) et mort en 1783 à Saint-Pétersbourg (Empire russe), est un mathématicien et physicien suisse, qui passa la plus grande partie de sa vie dans l'Empire russe et en Allemagne. Il était notamment membre de l'Académie royale des sciences de Prusse à Berlin.

Euler fit d'importantes découvertes dans des domaines aussi variés que le calcul infinitésimal et la théorie des graphes. Il introduisit également une grande partie de la terminologie et de la notation des mathématiques modernes, en particulier pour l'analyse mathématique, comme la notion de fonction mathématique. Il est aussi connu pour ses travaux en mécanique, en dynamique des fluides, en optique et en astronomie ou en géométrie du triangle.

Euler est considéré comme un éminent mathématicien du XVIII<sup>e</sup> siècle et l'un des plus grands et des plus prolifiques de tous les temps. Une déclaration attribuée à Pierre-Simon de Laplace exprime l'influence d'Euler sur les mathématiques : « Lisez Euler, lisez Euler, c'est notre maître à tous. » Il était un fervent chrétien, croyant en l'inerrance biblique, et s'opposa avec force aux athées éminents de son temps.



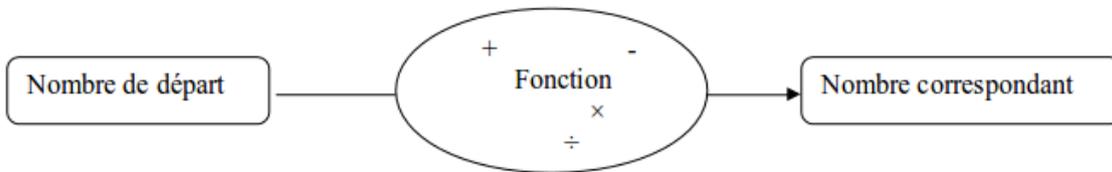
## I. Le vocabulaire et les notations relatifs aux fonctions

### Définition

On appelle fonction  $f$  .....

.....

.....



**Exemple :**

$f$  est la fonction qui à un nombre fait correspondre son carré.

La fonction  $f$  fait correspondre au nombre 3 le nombre 9.

La fonction  $f$  fait correspondre au nombre -8 le nombre 64.

**Notation et lecture**

- La fonction  $f$  .....
- $f(x)$  .....
- On écrit :  $f : x \mapsto f(x)$  se lit .....

**Exemple :**

Soit  $f : x \mapsto x^2 - 2$  . On lit « la fonction  $f$ , qui à  $x$  associe  $x^2 - 2$  »

**Vocabulaire**

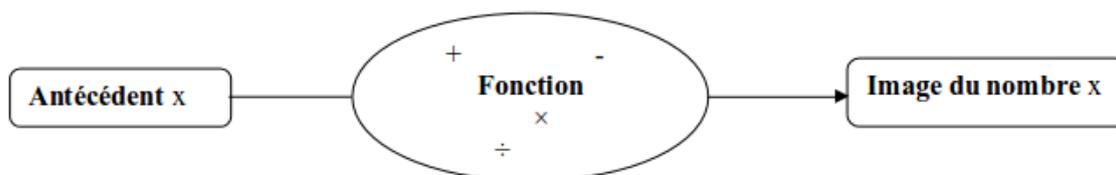
Le nombre .....

Le nombre initial .....

Le nombre  $x$  .....

**Remarque :**

$f(x)$  se lit aussi « image de  $x$  par la fonction  $f$  »



**Exemple :**

On a une fonction  $f$  telle que  $f(2) = 6$  et  $f(4) = 5$ .

On dit que 6 est l'image de 2 par la fonction  $f$ .

On dit que 4 est un antécédent de 5 par la fonction  $f$ .

## II. Comment définir une fonction ?

Une fonction peut être définie par :

1. ....
2. ....
3. ....

### Exemple 1 :

Programme de calcul

1. Choisir un nombre
2. Prendre le quintuple de ce nombre
3. Retrancher 8 au résultat

$f : x \mapsto 5x - 8$  est la fonction correspondant à ce programme de calcul.

### Exemple 2 :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
h(x)	-3	-5	-4	-3	0	2	5

1. Quelle est l'image de 2 par la fonction h ?

.....

2. Quels sont le ou les antécédents de -3 par la fonction h ?

.....

3. Compléter :

.....

## III. Calculer avec les fonctions

### A. Calculer l'image d'un nombre par une fonction.

#### Exemple :

Soit la fonction g définie par :  $g : x \mapsto 3x^2 - 25$

On a :  $g(x) = 3x^2 - 25$

Si  $x = 4$ , on a

$$g(4) = 3 \times 4^2 - 25$$

On remplace  $x$  par sa valeur.

$$g(4) = 3 \times 16 - 25 = 23$$

On effectue le calcul.

L'image de 4 par la fonction  $g$  est 23    Phrase de conclusion

## B. Déterminer l'antécédent d'un nombre

Exemple :

Soit la fonction  $h$  définie par :  $h : x \mapsto 4x$

L'antécédent de -20 par la fonction  $h$  est tel que :

$$h(x) = -20 \quad \text{On pose une équation}$$

$$4x = -20 \quad \text{On la traduit par une expression littérale}$$

$$x = \frac{-20}{4} = -5 \quad \text{On la résout.}$$

L'antécédent de -20 par la fonction  $h$  est -5. Phrase de conclusion

## IV. Lire et utiliser une représentation graphique

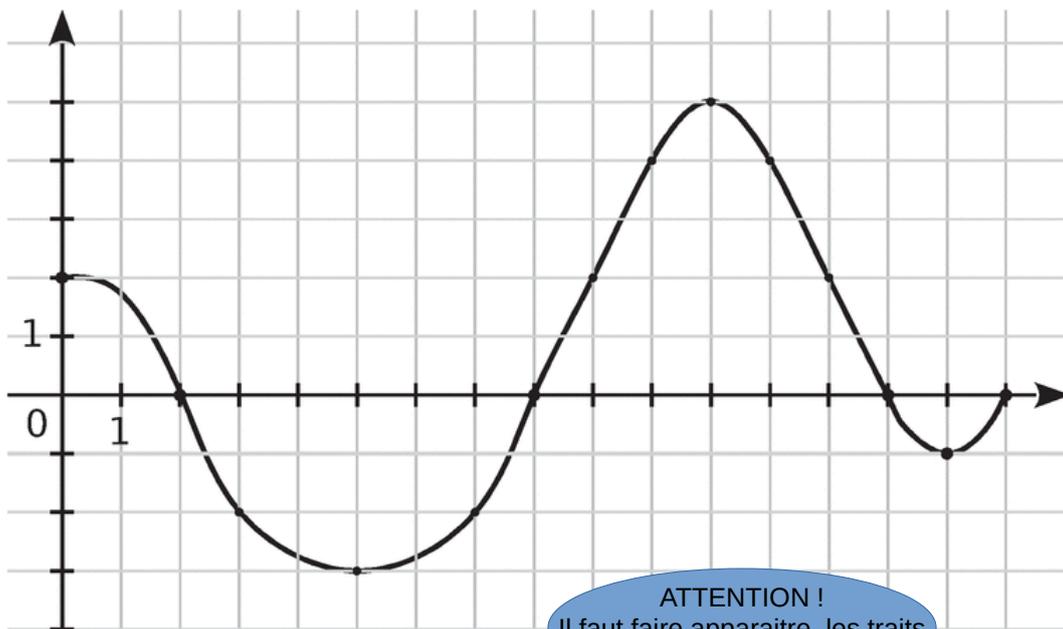
Dans un plan muni d'un repère ( $O$  ;  $Ox$  ;  $Oy$ ),

la représentation graphique de la fonction  $f : x \rightarrow f(x)$  .....

Les coordonnées de chaque point de la représentation graphique de la fonction  $f$

Exemple :

Ce graphique représente une fonction  $k$  pour la variable  $x$  comprise entre 0 et 16.



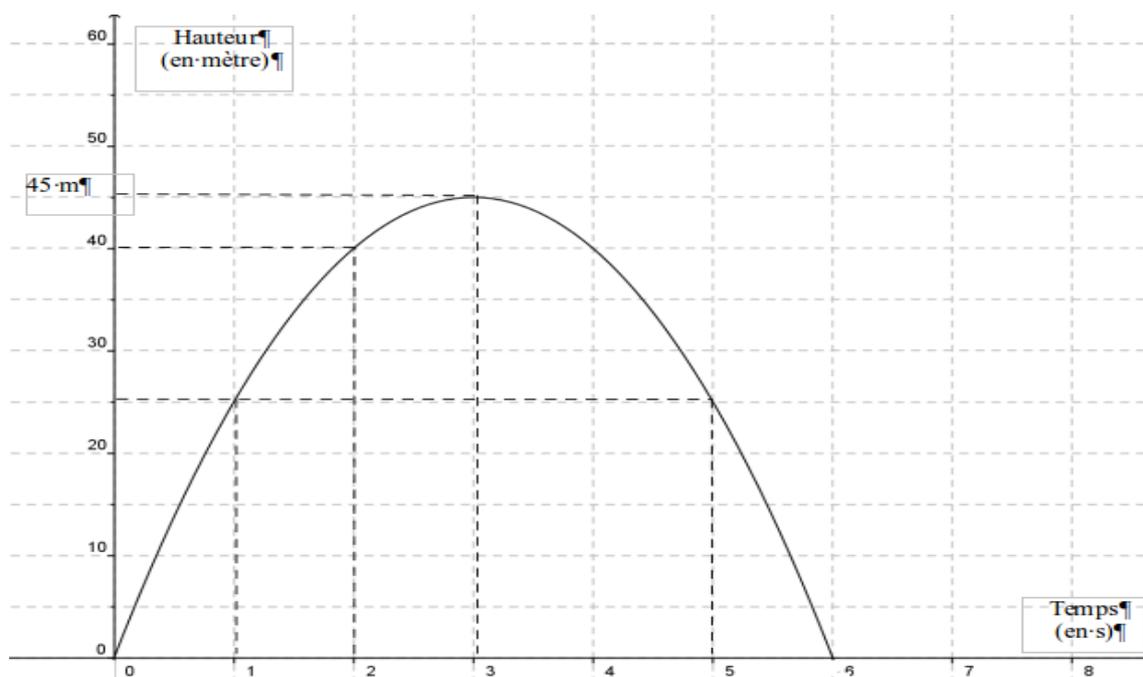
ATTENTION !  
Il faut faire apparaître les traits de lecture en pointillé.

Par lecture graphique, on voit que :

- L'image de 5 par la fonction  $k$  est .....
- L'image de 8 par la fonction  $k$  est .....
- Les antécédents de 2 par la fonction  $k$  sont .....
- Les nombres qui ont pour image  $-2$  par la fonction  $k$  sont .....
- Les antécédents de 0 par la fonction  $k$  sont .....
- Les nombres entiers qui ont deux antécédents sont .....
- Les nombres entiers qui ont un seul antécédent sont .....

## V. Modéliser des phénomènes continus par une fonction : Trajectoire d'une balle

A l'instant  $t=0$ , une machine lance, vers le ciel, une balle de tennis. La représentation graphique ci-dessous donne la hauteur de la balle en fonction de l'instant  $t$  avec  $t$  compris entre 0 et 6 s.



A. En utilisant la représentation graphique de la fonction  $h$

**ci-dessus, répondre aux questions suivantes :**

1. Quelle est la hauteur de la balle à l'instant  $t = 2$  ?

.....

2. A quels instants la balle est à une hauteur de 25 m ?

.....

.....

3. A quel instant la balle a-t-elle atteint sa hauteur maximale ?

.....

4. Quelle est alors la hauteur maximale de la balle ?

.....

**B. Par le calcul :**

La fonction  $h$  qui à l'instant  $t$  fait correspondre la hauteur de la balle est définie par

$$h:t \mapsto -5t^2+30t$$
$$h(t)=-5t^2+30t$$

1. Quelle est la hauteur de la balle 2 s après le lancer ?

La hauteur de la balle 2 s après le lancer est de.....

2. Quelle est la hauteur de la balle à  $t = 3,5$  s ?

La hauteur de la balle à  $t = 3,5$  s est .....

3. Est-il exact qu'à  $t = 1,5$  s, la balle est à une hauteur de 35 m ?

A 1,5 s, la balle.....